Tema 2: Hidrostática

Ingeniería Hidráulica
Universidad de Oviedo

Hidráulica e Hidrología 2º Ing. Civil y Doble Grado

Curso 2022/2023

Antonio Navarro-Manso
Prof. Dr. Ingeniero de Caminos

Índice

1. Tensiones

Hoover Dam, Colorado River, Nevada, Arizona, USA, 1936, Elwood Mead.

1. Tensiones

1.1 Fuerzas

- **Fuerzas sobre una porción de fluido:** Másicas + Superficiales

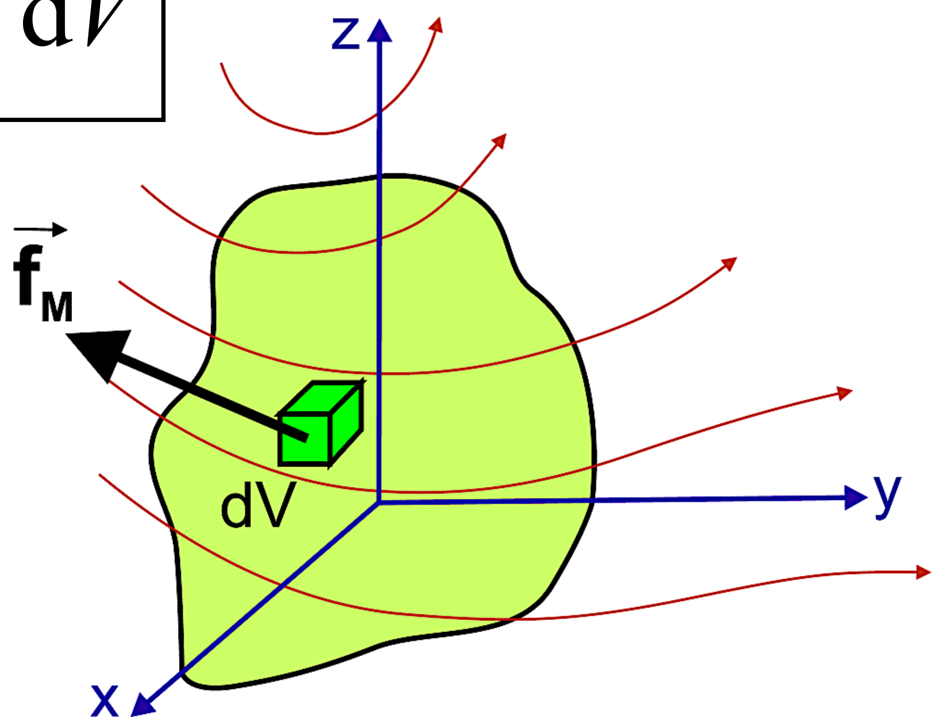
$$\boxed{\vec{F} = \vec{F}_{\mathrm{M}} + \vec{F}_{\mathrm{S}}}$$

1. Tensiones

1.2 Fuerzas másicas

$$\boxed{\overrightarrow{F_M} = \int_m \overrightarrow{f_M}\, \mathrm{d}m = \int_V \rho\, \overrightarrow{f_M}\, \mathrm{d}V}$$

$$\overrightarrow{f_M} = f(x, y, z, t) \rightarrow \left[\mathrm{m/s^2}\right]$$



- Densidad: $\rho = \dfrac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}V}\left[\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}\right]$

- Caso habitual:

fuerzas volumétricas = fuerzas gravitatorias $\boxed{\overrightarrow{f_M} = -g\,\overrightarrow{k}}$, con: g = 9.81 m/s²

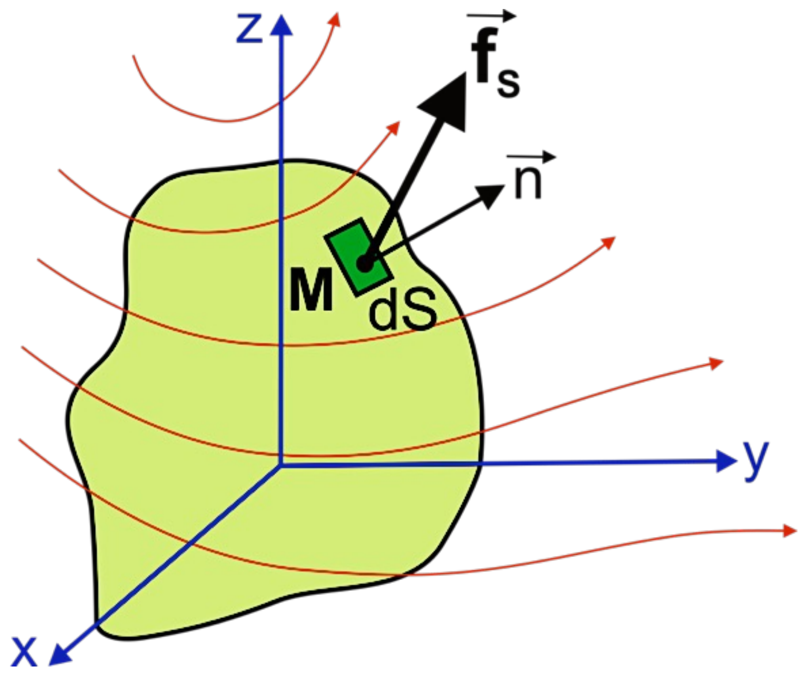
1. Tensiones

1.3 Fuerzas superficiales. Tensor de tensiones

$$\boxed{\vec{F}_S = \oint_S \vec{f}_S \, dS}$$

donde: $\vec{f}_S = f(x, y, z, t, \vec{n}) \rightarrow [\mathrm{Pa}]$

Tensión



- Caracterización de la tensión $\vec{f}_S$ existente en un punto M según la dirección $\vec{n}$.

1. Tensiones

1.3 Fuerzas superficiales. Tensor de tensiones

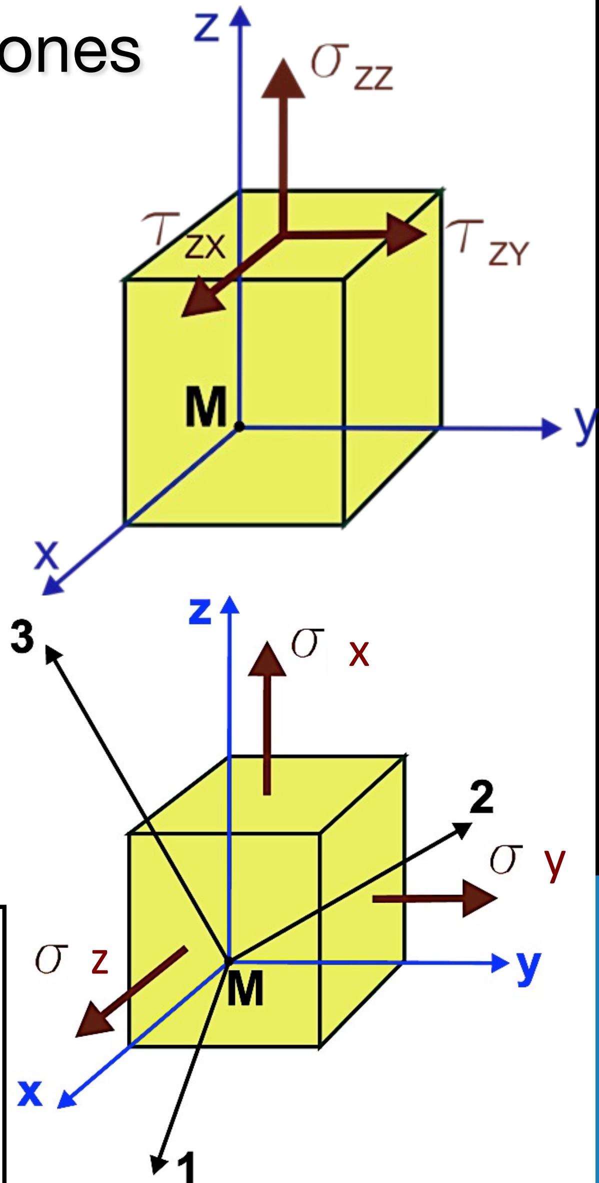
➔ Tensor de Tensiones = columnas formadas por las componentes en (x,y,z) de las tensiones en M según las direcciones $\vec{n} = \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

$$\overline{\overline{T}} = \begin{pmatrix} \sigma_{XX} & \tau_{YX} & \tau_{ZX} \\ \tau_{XY} & \sigma_{YY} & \tau_{ZY} \\ \tau_{XZ} & \tau_{YZ} & \sigma_{ZZ} \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\vec{f_S} = \overline{\overline{T}} \cdot \vec{n}}$$

τ = tensión tangencial
σ = tensión normal

1. Tensiones

1.3 Fuerzas superficiales. Tensor de tensiones



- **Propiedad:** en tres direcciones ortogonales el tensor de tensiones es simétrico:

$$\boxed{\tau_{i,j} = \tau_{j,i}}$$

- **Tensión normal** σ_{nn}: componente de la tensión $\overrightarrow{f_S}$ en la dirección $\overrightarrow{n}$:

$$\boxed{\sigma_{nn} = \overrightarrow{f_S} \cdot \overrightarrow{n} = \left(\overline{\overline{T}} \cdot \overrightarrow{n}\right) \cdot \overrightarrow{n}}$$

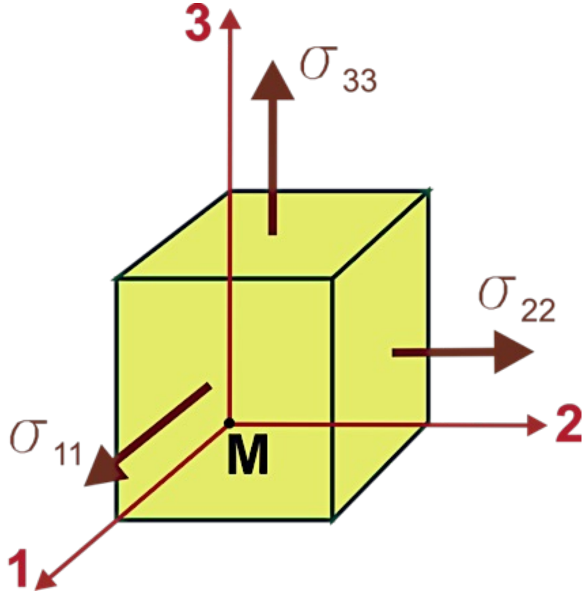
- **Propiedad:** existen direcciones principales (1,2,3)
- Forman un sistema ortogonal.
- Según las direcciones principales, la tensión sólo tiene componente normal: $\overrightarrow{f_S} = \sigma_{nn} \cdot \overrightarrow{n}$

1. Tensiones

1.3 Fuerzas superficiales. Tensor de tensiones

- Cambio del sistema de referencia (x,y,z) al sistema (1,2,3) ➔ Transformación del Tensor de Tensiones en un tensor diagonal:

$$\bar{\bar{T}} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$



- Invariante de la transformación:

$$\sigma_{XX} + \sigma_{YY} + \sigma_{ZZ} = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} = \sum \sigma_{ii}$$

1. Tensiones

1.3 Fuerzas superficiales. Tensor de tensiones

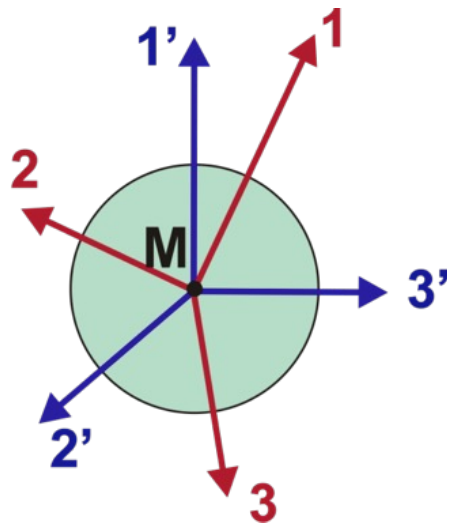
- Descomposición del Tensor de Tensiones, referido al sistema (1,2,3):

$$\overline{\overline{\mathrm{T}}} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\sum \sigma_{ii}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sum \sigma_{ii}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sum \sigma_{ii}}{3} \end{pmatrix}}_{\text{Tensor Isótropo}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \sigma_{11} - \frac{\sum \sigma_{ii}}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} - \frac{\sum \sigma_{ii}}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} - \frac{\sum \sigma_{ii}}{3} \end{pmatrix}}_{\text{Tensor Anisótropo}}$$

1. Tensiones

1.3 Fuerzas superficiales. Tensor de tensiones

• Tensor Isótropo: representa un estado de tensiones normales de igual valor en todas las direcciones. Todas las direcciones [(1,2,3), (1',2',3')…] son principales y no hay tensiones tangenciales.



• Tensor Anisótropo: la suma de la diagonal principal = 0

➔ Hay tensiones normales positivas (tracción) y negativas (compresión)

➔ Salvo en las direcciones principales, hay tensiones tangenciales.

1. Tensiones

1.4 Estado de tensión para un fluido en reposo: presión hidrostática

• Para que un Fluido esté en reposo:

- No puede haber esfuerzos tangenciales respecto a ninguna dirección (por definición de fluido) ➔ Tensor de Tensiones Isótropo.

- El fluido ha de estar sometido a un estado de compresión (no soporta tracción sin expandirse) ➔ Tensiones normales de signo negativo.

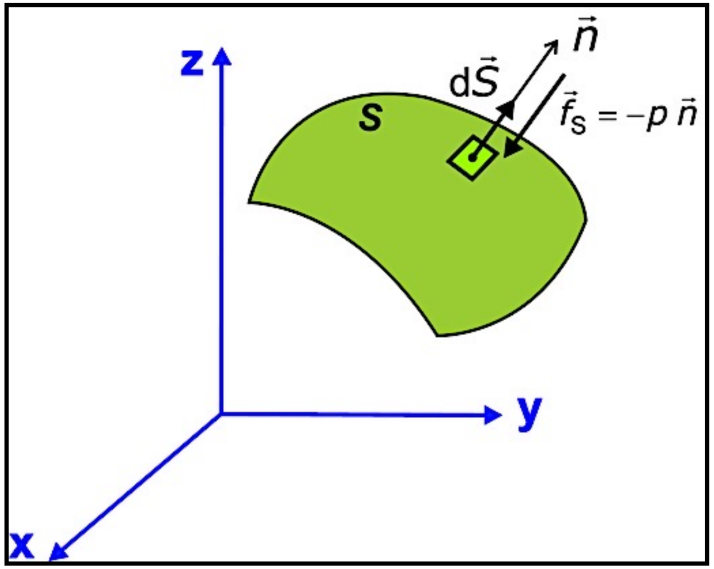
• Definición de PRESIÓN en el sentido mecánico = valor absoluto de los términos de la diagonal principal del tensor de tensiones:

$$p = -\frac{\sum \sigma_{ii}}{3} \quad \Rightarrow \quad \overline{\overline{\mathrm{T}}} = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overrightarrow{\mathrm{f}_{\mathrm{S}}} = \overline{\overline{\mathrm{T}}} \cdot \overrightarrow{n} = -p \cdot \overrightarrow{n}}$$

1. Tensiones

1.4 Estado de tensión para un fluido en reposo: presión hidrostática

- En un Fluido en reposo: las fuerzas superficiales se reducen a fuerzas de presión (no existen tensiones tangenciales si v=0):
  - que actúan perpendicularmente sobre cada elemento de superficie dS contra la superficie (comprimiendo)
  - y con una magnitud, **p**, que es **independiente de la dirección de dS**

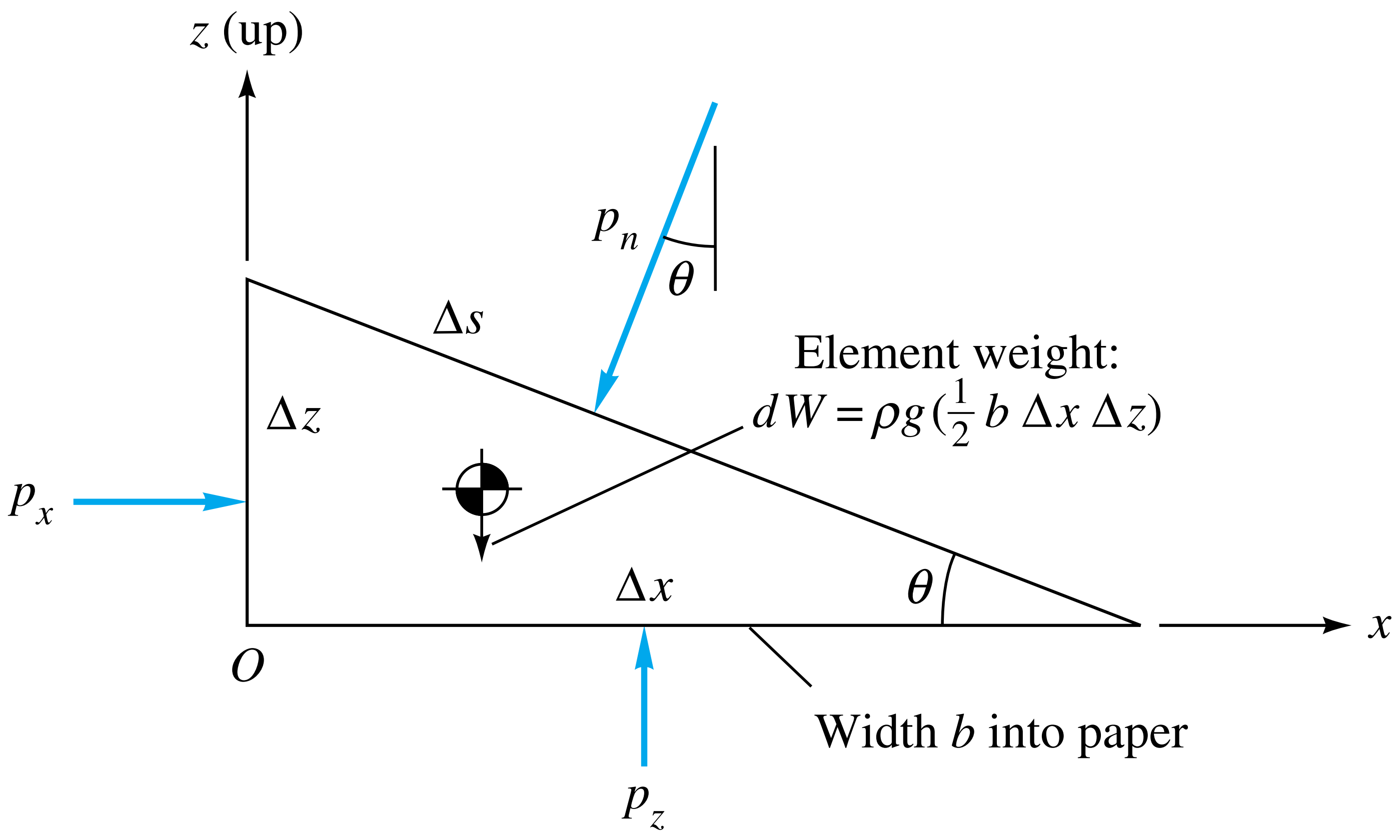


$$\boxed{p = \frac{dF}{dS}}$$

$$\boxed{\vec{F}_S = \oint_S \vec{f}_S \, dS = -\oint_S p \cdot \vec{n} \, dS = -\oint_S p \cdot d\vec{S}}$$

1. Tensiones

1.4 Estado de tensión para un fluido en reposo: presión hidrostática



• En un Fluido en reposo: la presión en un punto tiene una magnitud **p**, que es **independiente de la dirección de dS** (equilibrio de fuerzas en x y en z).

1. Tensiones

1.5 Variación de la presión de un fluido en reposo

- **FLUIDO EN REPOSO:** Fuerzas volumétricas y superficiales en equilibrio.

  - Volumétricas = fuerzas gravitatorias:

$$\overrightarrow{F_V} = \int_V (-g)\overrightarrow{k}\,\rho\, dV$$

  - Superficiales = fuerzas de presión (tensor isótropo):

$$F_S = \oint_s \overline{\overline{T}} \cdot \vec{n} dS = \oint_s (-p) \cdot \vec{n} dS = \oint_s (-p) \overrightarrow{dS}$$

  - Condición de equilibrio:

$$\boxed{\overrightarrow{F_V} + \overrightarrow{F_S} = 0}$$

1. Tensiones

1.5 Variación de la presión de un fluido en reposo

- CASO DE UNA PARTÍCULA ELEMENTAL:

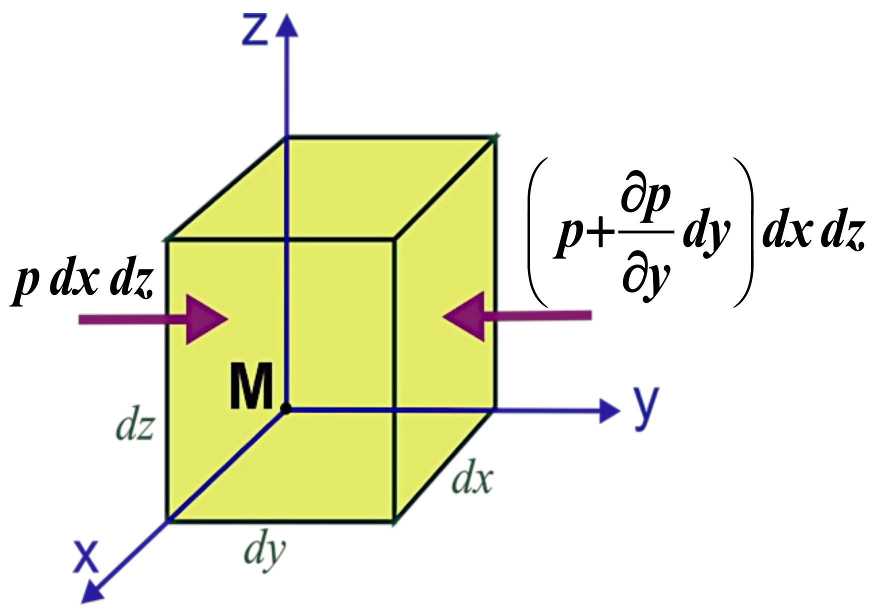
  - Sea un hexaedro de lados dx, dy, dz.

  - Fuerzas volumétricas gravitatorias:

$$d\vec{F}_{\mathrm{V}} = -g\vec{k}\,\rho\, d\mathrm{V}$$

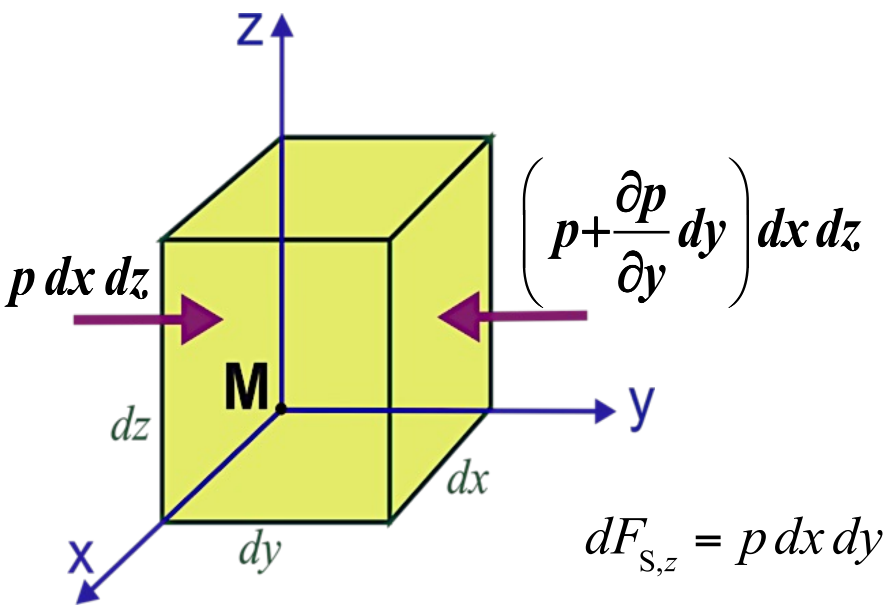
  - Fuerzas superficiales de presión:

$$d\vec{F}_{\mathrm{S}} = \sum_{i=1}^{6}\left(-p_i\right) d\vec{S}_i$$



1. Tensiones

1.5 Variación de la presión de un fluido en reposo



- Componentes fuerza (volumétrica y superficial):

$$dF_{S,x} = p\,dy\,dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dy\,dz = -\frac{\partial p}{\partial x}\,dV\,;$$

$$dF_{S,y} = p\,dx\,dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y}dy\right)dx\,dz = -\frac{\partial p}{\partial y}\,dV\,;$$

$$dF_{S,z} = p\,dx\,dy\ -\gamma dxdydz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right)dx\,dy = -\frac{\partial p}{\partial z}\,dV\ -\gamma dxdydz;$$

- Fuerza superficial total:

$$d\vec{F}_S = -\underbrace{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z}\vec{k}\right)}_{\text{Gradiente de presión}}dV = -\nabla p\,dV$$

1. Tensiones

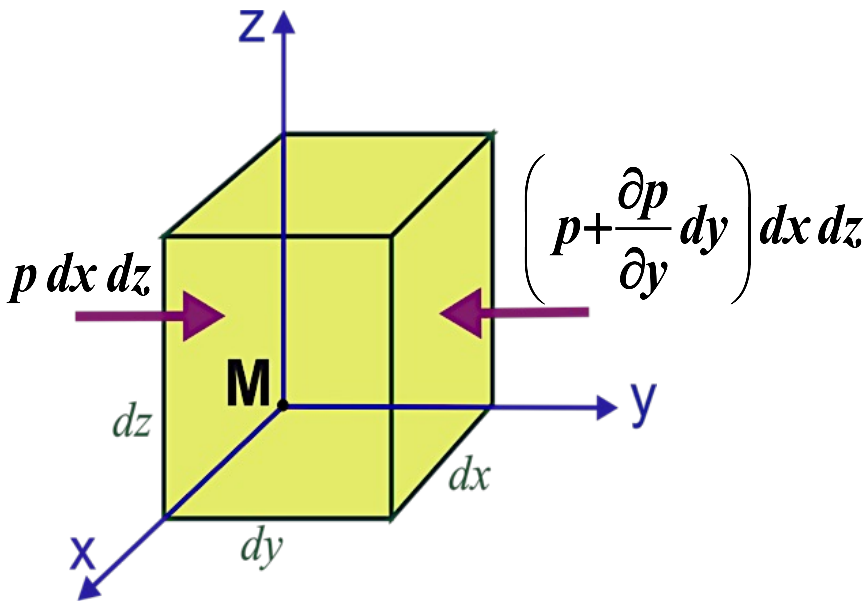
1.5 Variación de la presión de un fluido en reposo

- **Condición de equilibrio:**

$$d\vec{F}_V + d\vec{F}_S = -g\vec{k}\,\rho\,dV - \nabla p\,dV = 0$$

$$\rho g\vec{k} + \nabla p = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x} = \dfrac{\partial p}{\partial y} = 0\,; \\ \rho g + \dfrac{\partial p}{\partial z} = 0\,; \end{cases}$$

Ecuación general de la fluidoestática
[1 ec. vectorial = 3 ec. escalares]



- Conclusión para fluidos en reposo:
  - En dirección horizontal la presión es constante.
  - En dirección vertical la presión disminuye según aumenta la cota z.

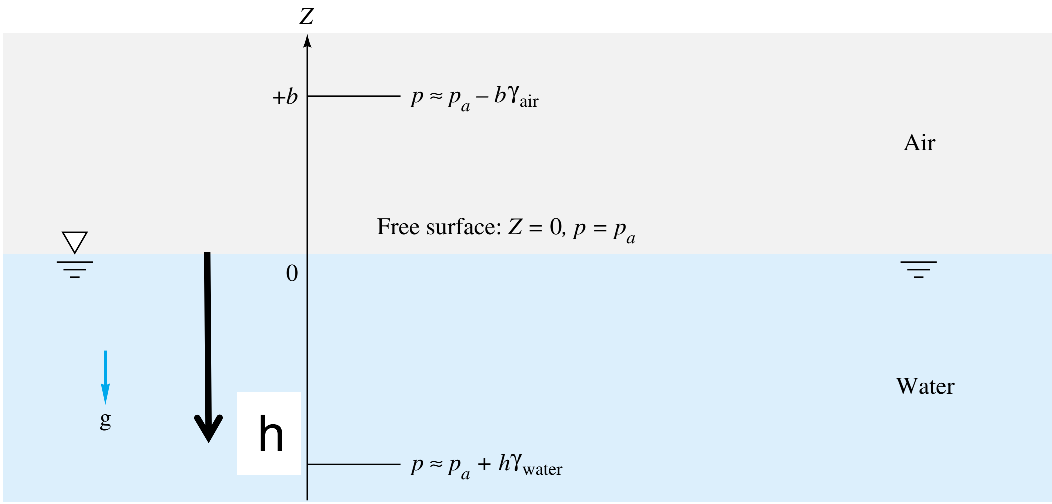
1. Tensiones

1.6 Equilibrio fluidoestático

- **LÍQUIDOS:**
  - Difícilmente compresibles (como los sólidos)
  - En la mayoría de las situaciones: ρ=cte (incompresible)

$$\rho g + \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad \Rightarrow \quad dp = -\rho g\, dz \quad \Rightarrow \quad \int_1^2 dp = -\rho g \int_1^2 dz \quad \Rightarrow \quad p_2 - p_1 = \rho g\left(z_1 - z_2\right)$$

- **PRINCIPIO DE PASCAL:**
  - Todos los puntos de un fluido en reposo, con densidad constante, están a la misma presión si se encuentran a la misma profundidad de la superficie libre del mismo



1. Tensiones

1.6 Equilibrio fluidoestático

- **GASES:**
  - Fácilmente compresibles, por lo que en principio ρ varía con la cota z.
  - Variación de la densidad con la temperatura (en Civil, atm. isoterma).
  - Con el aire, en la práctica:
    - Si z_1-$z_2 \leq 100$ m ➔ ρ~cte ➔ distribución de presión como en un líquido.

$$dp = -\rho g\, dz \Rightarrow \quad si \rightarrow \rho = cte \Rightarrow \Delta p = -\rho g \Delta h = -\gamma h$$

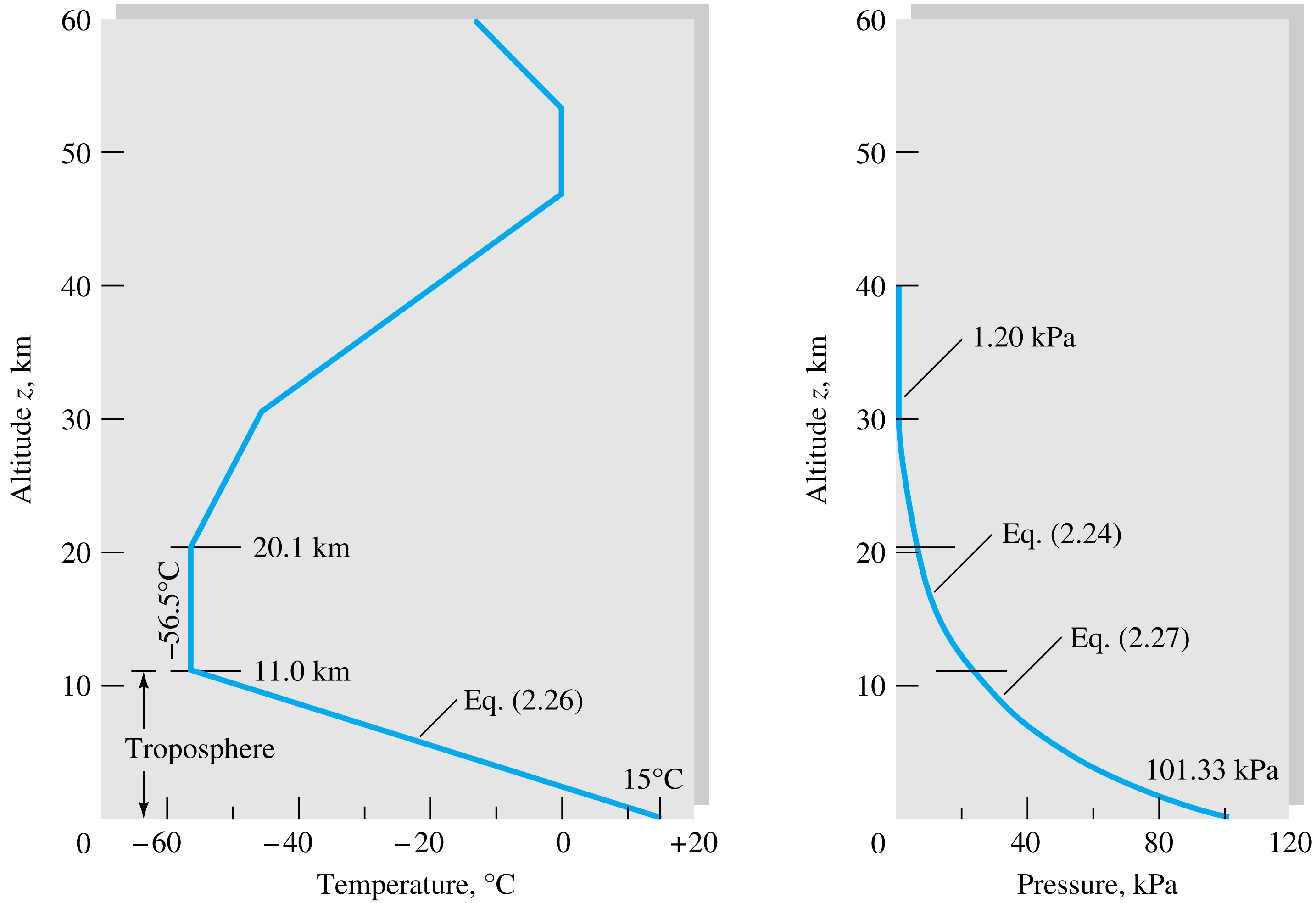
    - Si z_1-$z_2 \leq 10$ m ➔ p~cte ➔ distribución de presión uniforme(*).

$$dp = -\rho g\, dz \Rightarrow \quad si \rightarrow \gamma \approx 0 \Rightarrow dp = 0 \Rightarrow p = cte \Rightarrow dF = p \cdot dA \Rightarrow F = \int p \cdot dA = p \cdot A$$

(*) Simplificación no válida en situaciones de flotabilidad y convección natural.

1. Tensiones

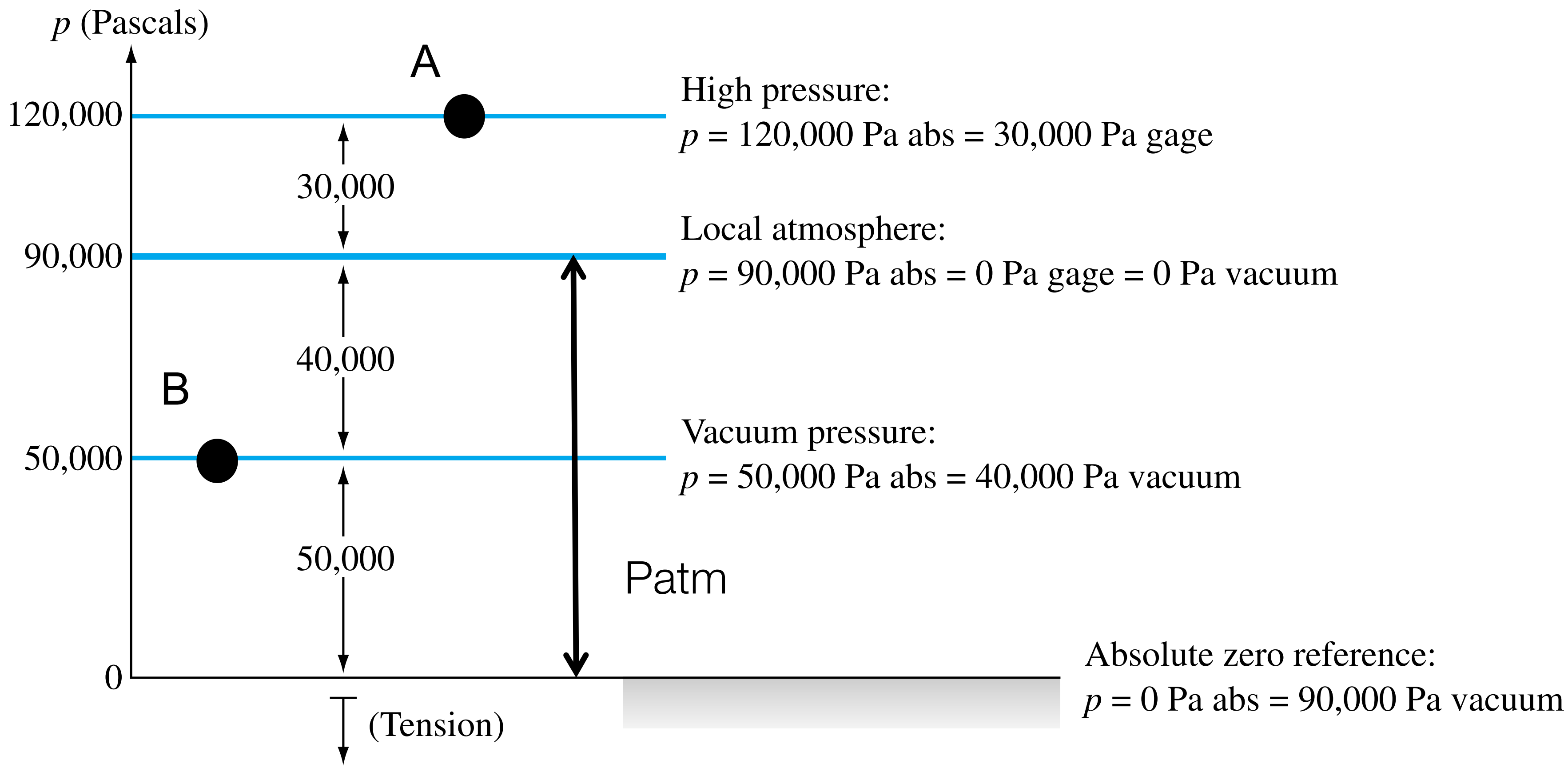
1.6 Equilibrio fluidoestático



1. Tensiones

1.7 Medida y unidades de presión

Pabs = Patm + Pman



1. Tensiones

1.7 Medida y unidades de presión

- Unidades de medida:
  - Unidad básica en SI: 1 Pa = 1 N/m^2
  - Unidades derivadas: cPa, hPa, kPa, MPa, GPa,…
    1 bar = 10^5 Pa
  - Otras unidades: 1 kg/cm^2 = 0.981 bar
    1 atm = 1.013 bar

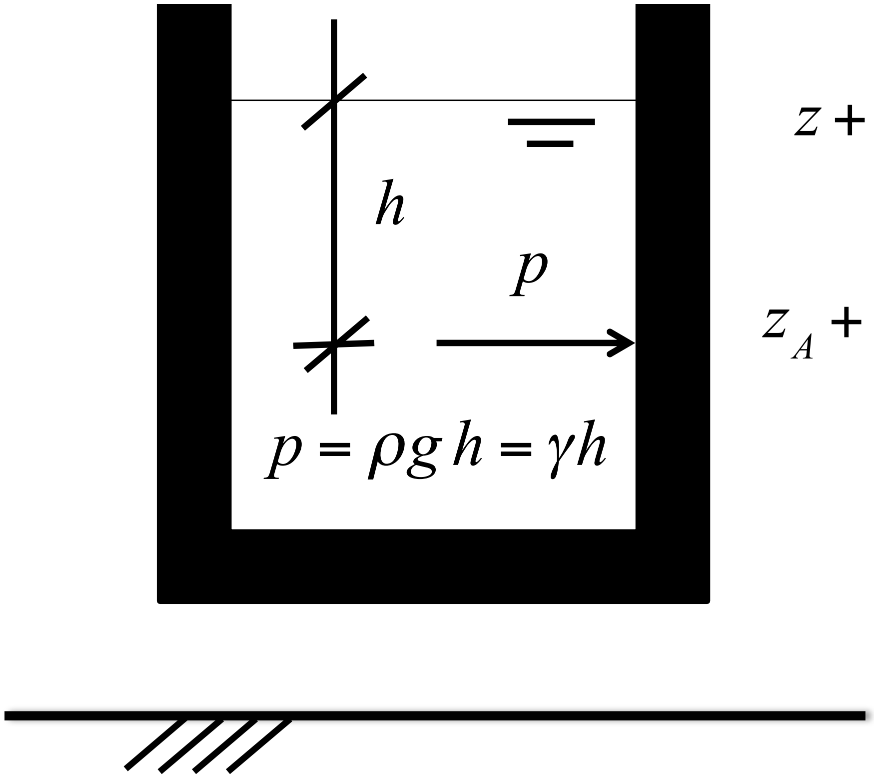
$$\boxed{1 m.c.a. \approx 10{,}000 Pa}$$

1. Tensiones

1.8 Presión expresada como altura de un fluido

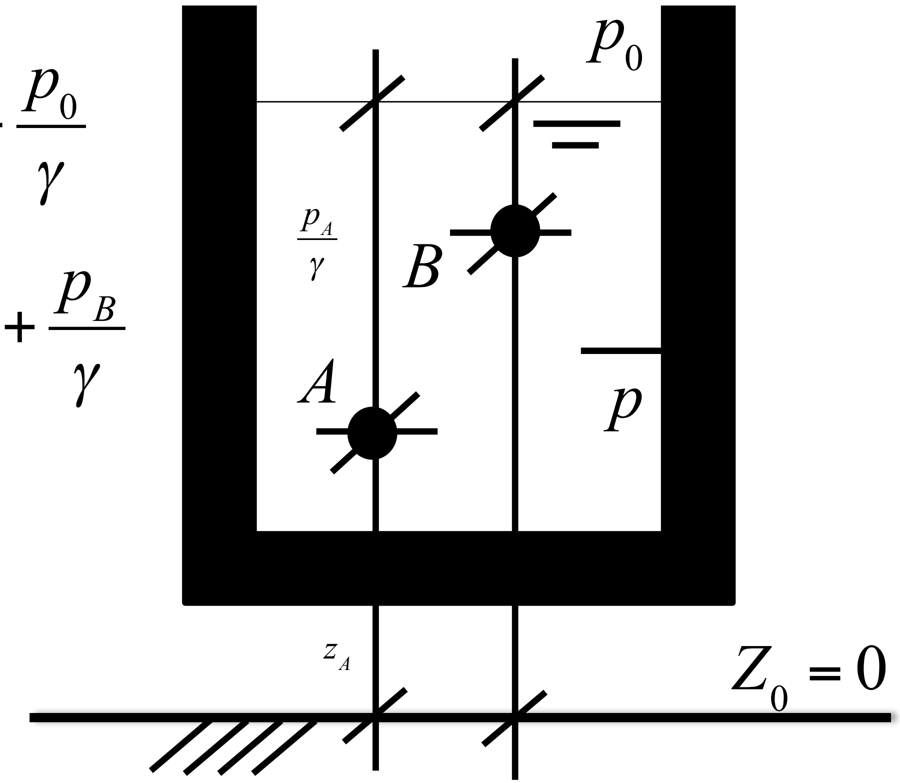
• en reposo, y ρ constante.

$$p_0 - p = -\gamma\left(z_0 - z\right)$$



$$z + \frac{p}{\gamma} = z_0 + \frac{p_0}{\gamma}$$

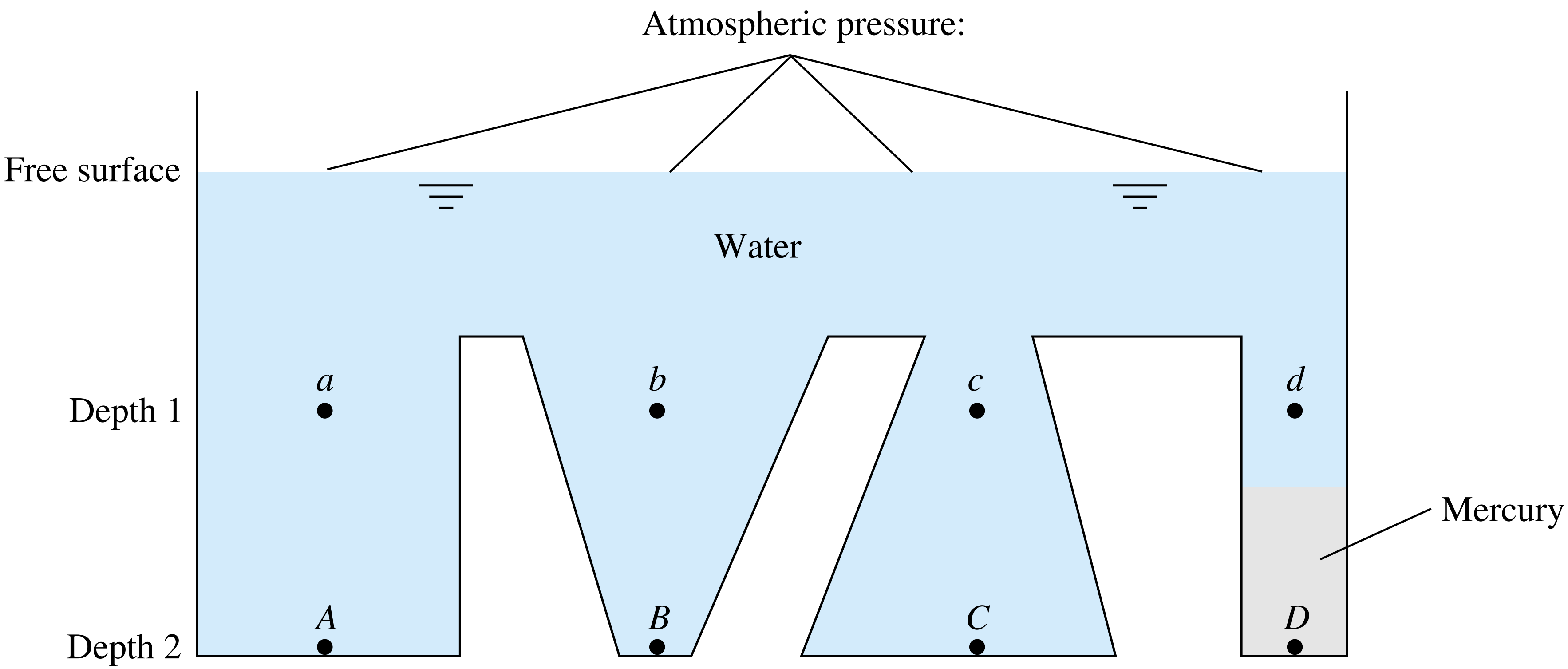
$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma}$$



1. Tensiones

1.9 Algunos ejemplos

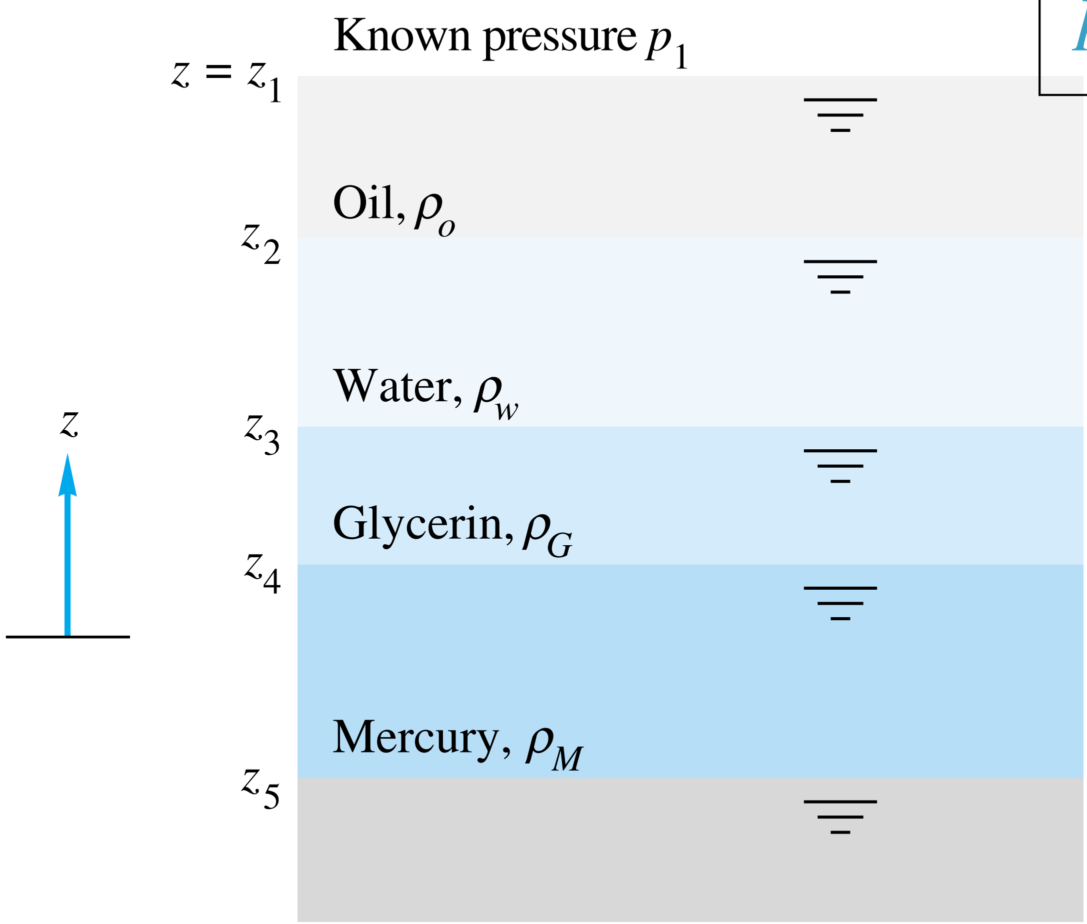
- LÍQUIDOS:
  - Difícilmente compresibles (como los sólidos): ρ=cte (incompresible)
  - Variación de la densidad con la temperatura, despreciable (agua).



1. Tensiones

1.9 Algunos ejemplos: fluidos con densidades diferentes

$$\boxed{p_{down} = p^{up} + \gamma \left| \Delta z \right|}$$



$$p_2 - p_1 = -\rho_o g(z_2 - z_1)$$

$$p_3 - p_2 = -\rho_w g(z_3 - z_2)$$

$$p_4 - p_3 = -\rho_G g(z_4 - z_3)$$

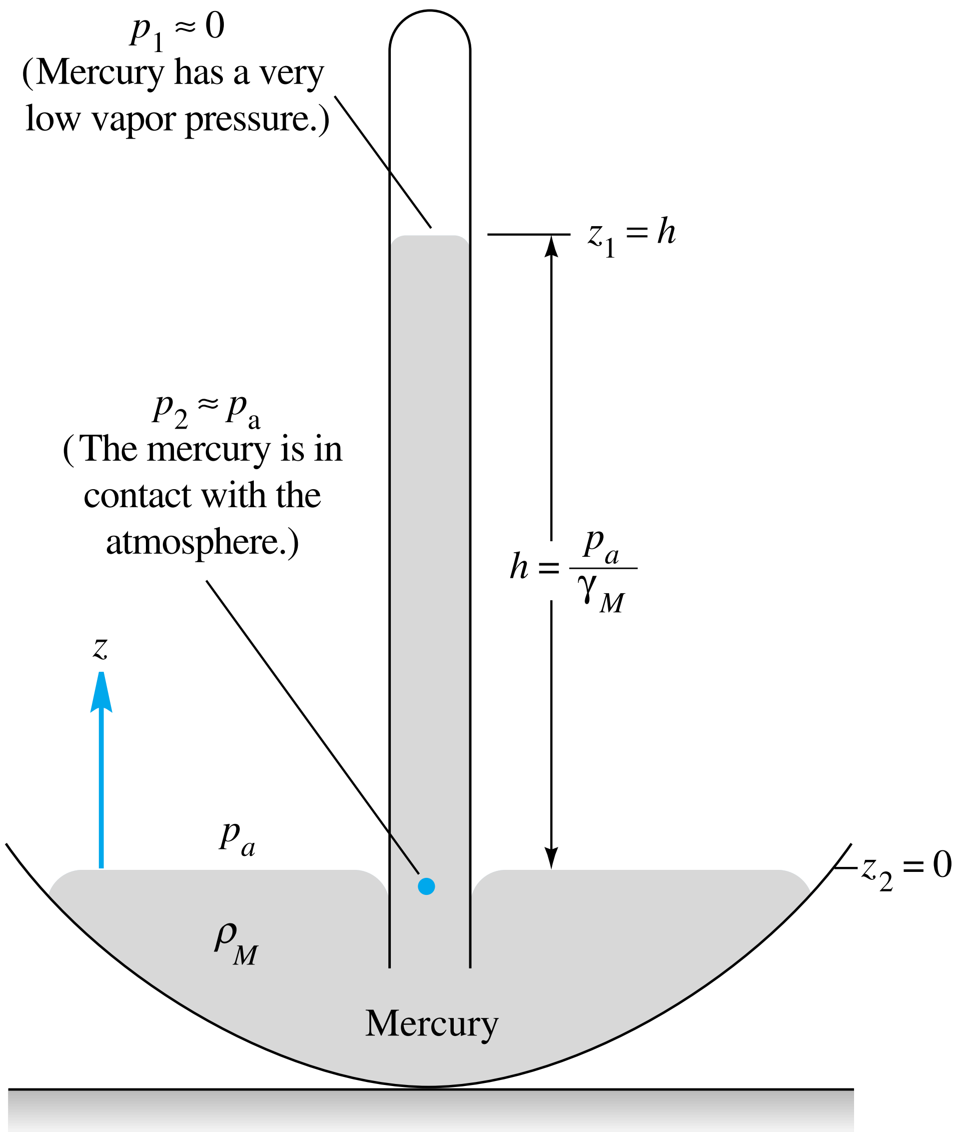
$$p_5 - p_4 = -\rho_M g(z_5 - z_4)$$

$$\text{Sum} = p_5 - p_1$$

$$\boxed{p_5 = p_1 + \gamma_0 \left| z_1 - z_2 \right| + \gamma_w \left| z_2 - z_3 \right| + \gamma_G \left| z_3 - z_4 \right| + \gamma_M \left| z_4 - z_5 \right|}$$

1. Tensiones

1.9 Algunos ejemplos: barómetro de mercurio



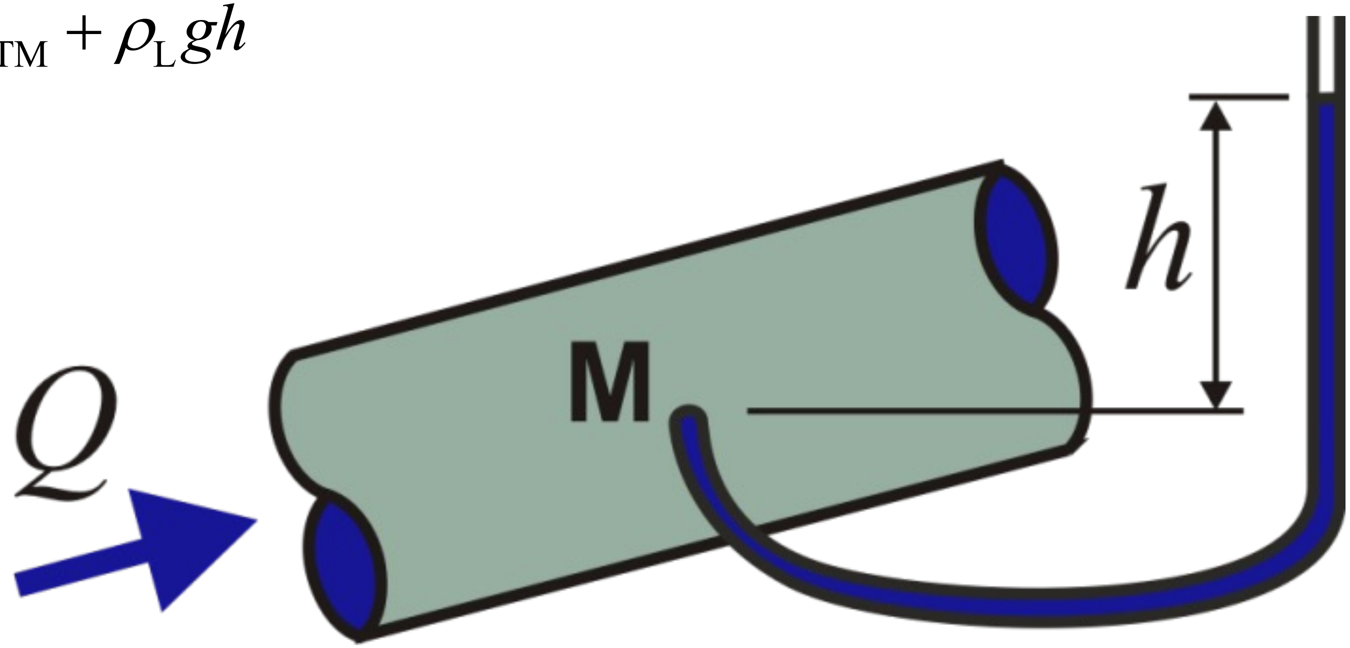
1. Tensiones

1.9 Algunos ejemplos: medidores piezométricos

- Medidores piezométricos: tubos con columna vertical de líquido de ρ conocida.

- Ej. 1: conducto con líquido (ρ_L):

$$p_M = p_{ATM} + \rho_L g h$$



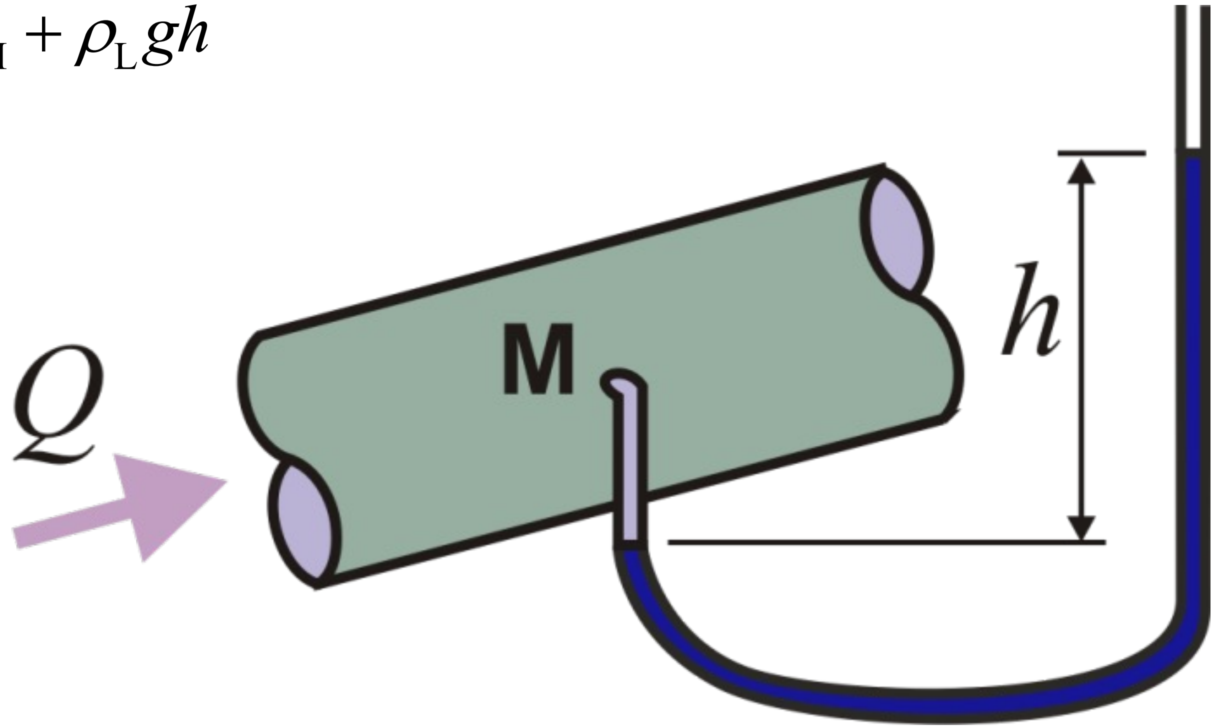
1. Tensiones

1.9 Algunos ejemplos: medidores piezométricos

- **Medidores piezométricos:** tubos con columna vertical de líquido de ρ conocida.

- Ej. 2: conducto con gas + líquido auxiliar (ρ_L):

$$p_M = p_{ATM} + \rho_L g h$$

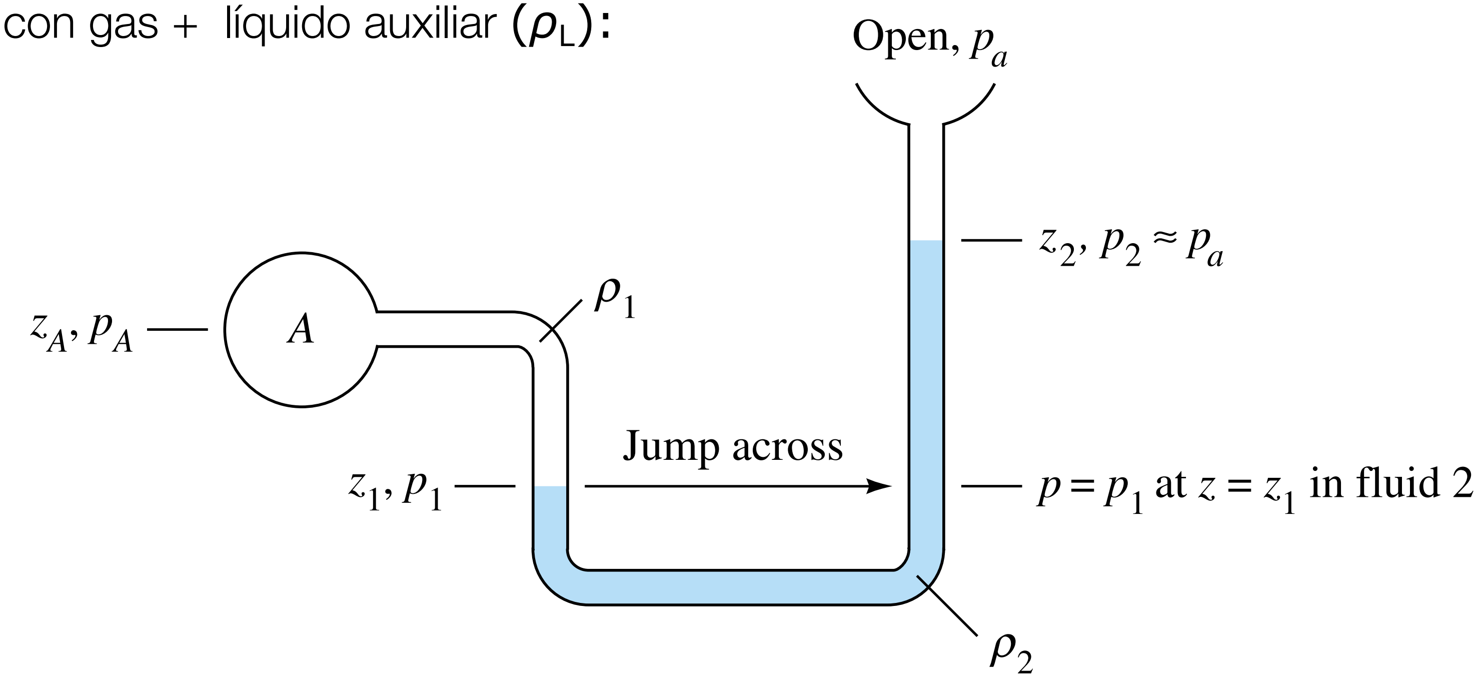


1. Tensiones

1.9 Algunos ejemplos: medidores piezométricos

- **Medidores piezométricos:** tubos con columna vertical de líquido de ρ conocida.

- Ej. 2: conducto con gas + líquido auxiliar (ρ_L):



$$\boxed{p_A + \gamma_1 \left| z_A - z_1 \right| - \gamma_2 \left| z_1 - z_2 \right| = p_2 \approx p_{atm}}$$

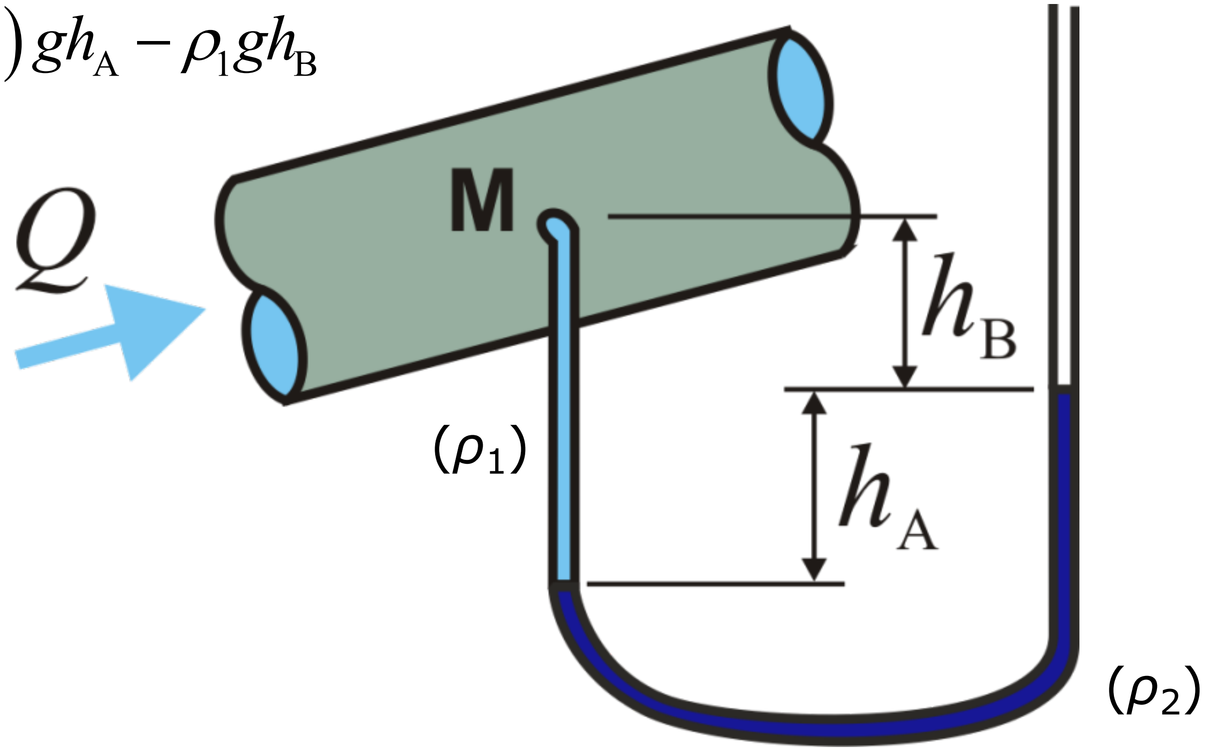
1. Tensiones

1.9 Algunos ejemplos: medidores piezométricos

- **Medidores piezométricos:** tubos con columna vertical de líquido de ρ conocida.

- Ej. 3: conducto con líquido (ρ_1) + líquido auxiliar (ρ_2):

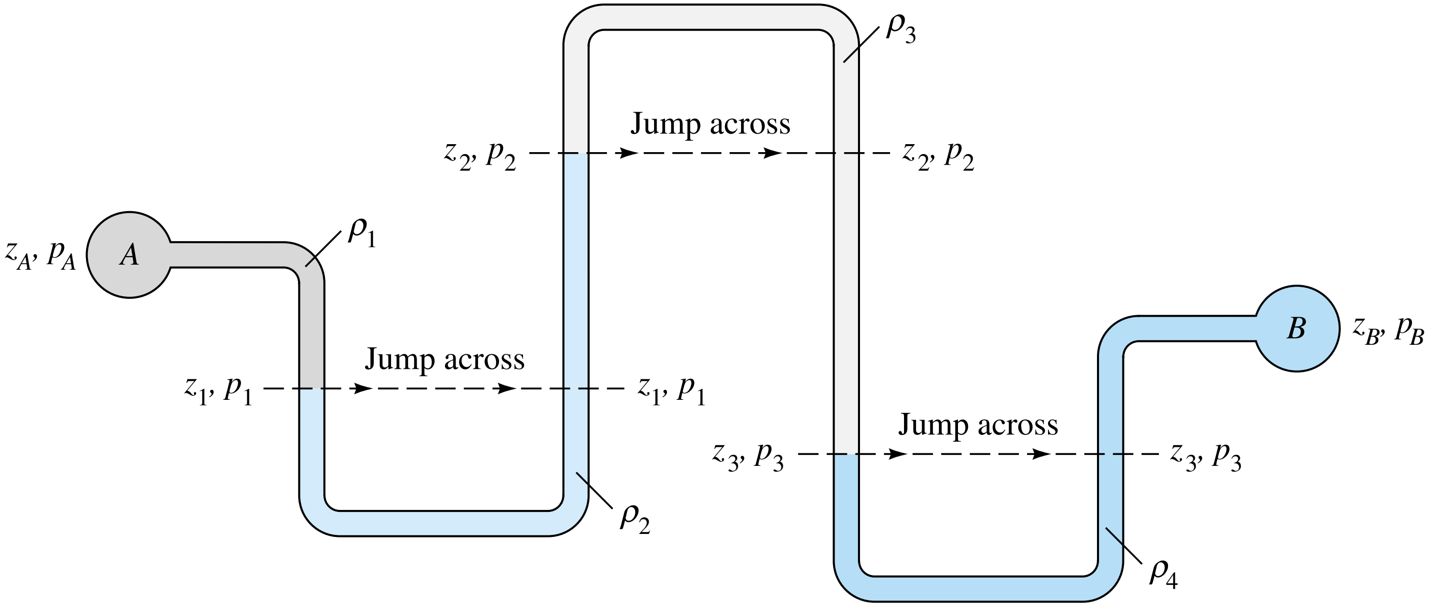
$$p_{\mathrm{M}} = p_{\mathrm{ATM}} + (\rho_2 - \rho_1) g h_{\mathrm{A}} - \rho_1 g h_{\mathrm{B}}$$



1. Tensiones

1.9 Algunos ejemplos: medidores piezométricos

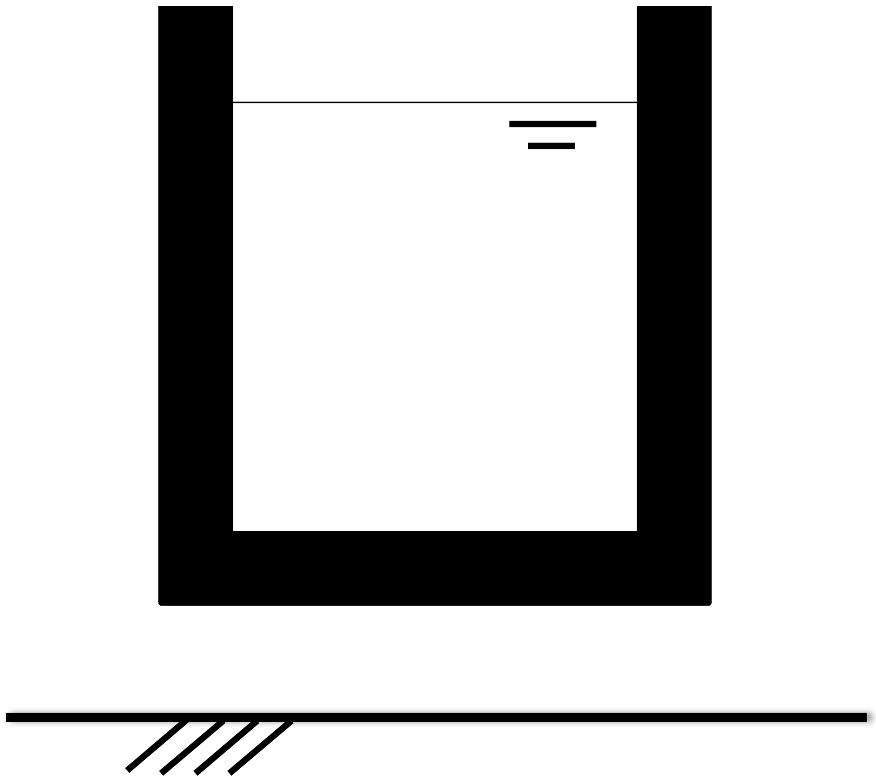
- **Medidores piezométricos:** tubos con columna vertical de líquido de ρ conocida.



$$
\begin{aligned}
p_A - p_B &= (p_A - p_1) + (p_1 - p_2) + (p_2 - p_3) + (p_3 - p_B) \\
&= -\gamma_1(z_A - z_1) - \gamma_2(z_1 - z_2) - \gamma_3(z_2 - z_3) - \gamma_4(z_3 - z_B)
\end{aligned}
$$

2. Fuerzas sobre superficies planas

2.1 Superficies verticales y horizontales



2. Fuerzas sobre superficies planas

2.2 Cálculo: valor

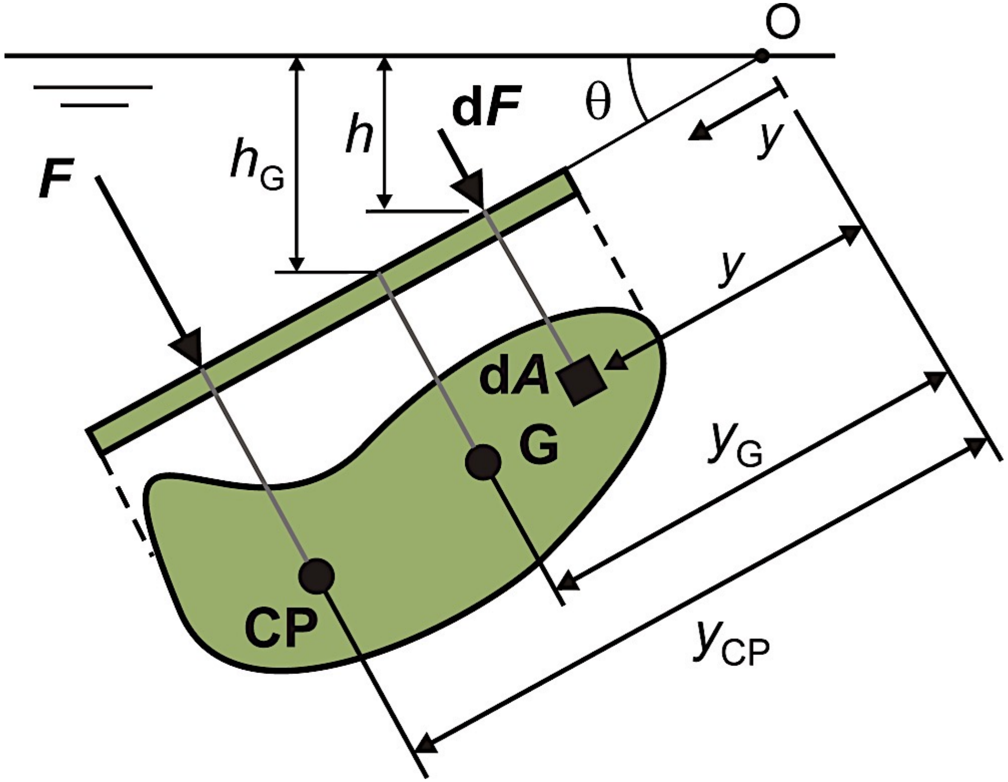
- Fuerza hidrostática resultante:

$$F = \underbrace{\int_A p\,\mathrm{d}A}_{\mathrm{dF}} = \int_A \rho\, g\, h\,\mathrm{d}A = \rho\, g\,\mathrm{sen}\theta \underbrace{\int_A y\,\mathrm{d}A}$$

Primer momento de área = y_G A

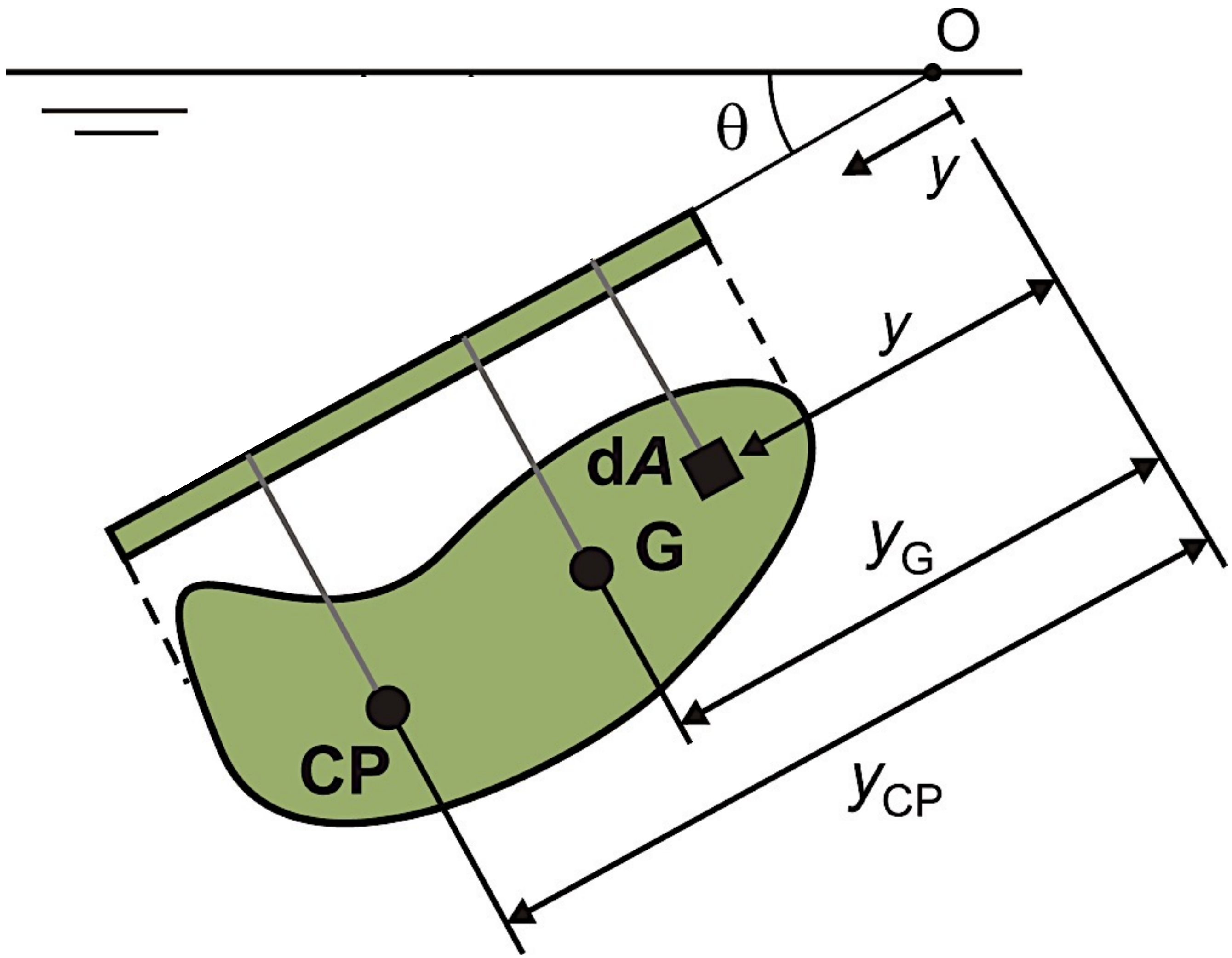
$$F = \rho\; g\; h_G\; A = \rho\; g\; y_G \mathrm{sen}\theta A$$

- La fuerza hidrostática es igual al producto del área mojada por la presión en su CENTRO de GRAVEDAD.



2. Fuerzas sobre superficies planas

2.2 Cálculo: valor



2. Fuerzas sobre superficies planas

2.2 Cálculo: posición

- Se ha de cumplir que el momento de la fuerza hidrostática resultante sea igual a la suma de momentos de las fuerzas individuales:

Segundo momento de área = momento de inercia

$$\left.\begin{array}{l} F\, y_{\mathrm{CP}} = \int_A y\, \mathrm{d}F = \int_A \rho\, g \,\mathrm{sen}\theta\, y^2\, \mathrm{d}A \\ F = \rho\, g\, y_{\mathrm{G}}\, \mathrm{sen}\theta\, A \end{array}\right\} \quad y_{\mathrm{CP}} = \frac{\overbrace{\int_A y^2\, \mathrm{d}A}}{y_{\mathrm{G}}\, A} = \frac{I_{xx}}{y_{\mathrm{G}}\, A}$$

2. Fuerzas sobre superficies planas

2.2 Cálculo: posición

- Al punto de aplicación de la fuerza hidrostática se le conoce como CENTRO DE PRESIONES (CP).

- **Posición del centro de presiones:**

- Teorema de Steiner: $$I_{xx} = I_{xxG} + y_G^2\, A \quad\longrightarrow\quad y_{CP} = y_G + \frac{I_{xxG}}{y_G\, A}$$

- I_{xxG} es el momento de inercia respecto a un eje horizontal que pase por el CENTRO de GRAVEDAD.

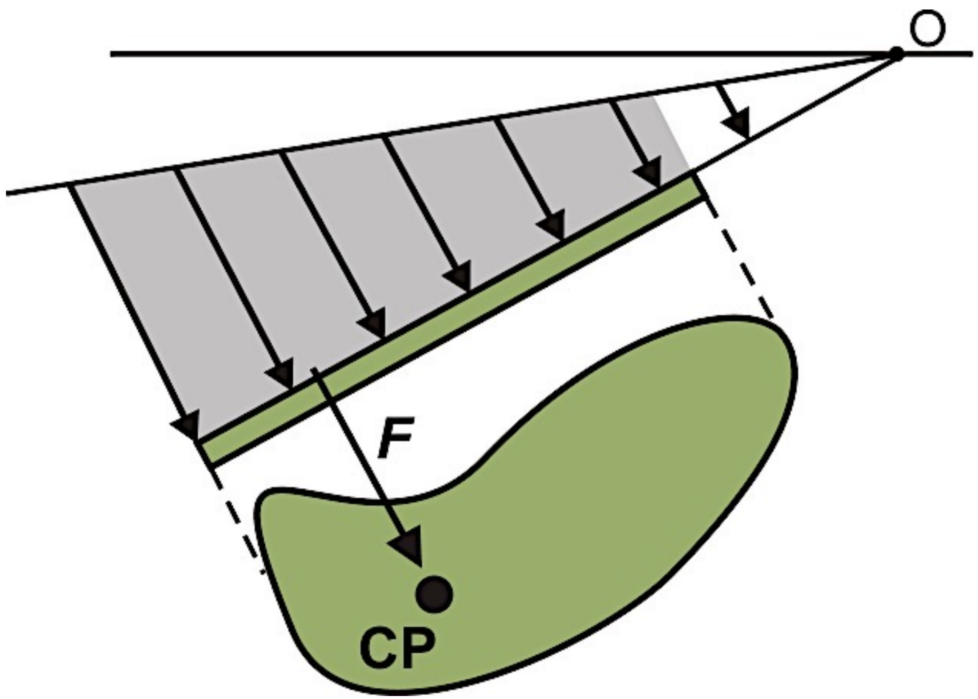
- Análogamente: $$x_{CP} = x_G + \frac{I_{xyG}}{y_G\, A} \quad \text{donde} \quad I_{xyG} = \int_A x \cdot y \, \mathrm{d}A$$

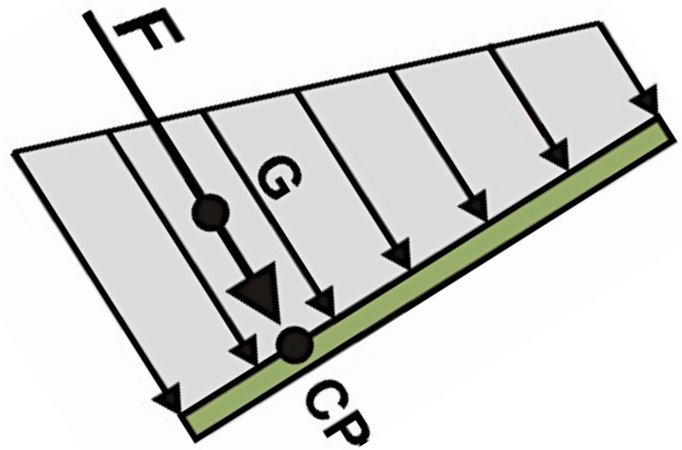
2. Fuerzas sobre superficies planas

2.3 Cálculo práctico

El prisma de presión

- Se cumple que la fuerza resultante F pasa por el CENTRO DE GRAVEDAD del área determinada por la DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN.

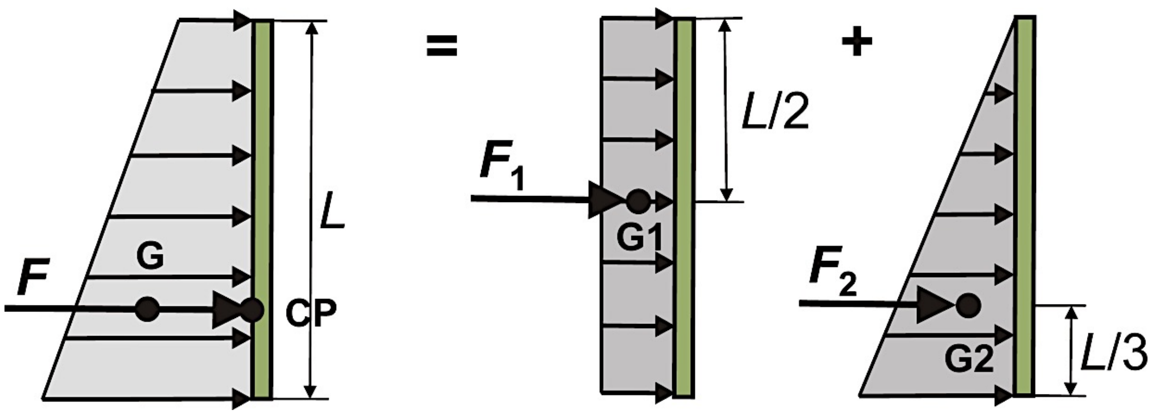




2. Fuerzas sobre superficies planas

2.3 Cálculo práctico

- Una distribución de presión se puede DESCOMPONER en suma de distribuciones más simples.



- La fuerza F sobre la superficie también se puede calcular como el VOLUMEN encerrado por la distribución de presión.

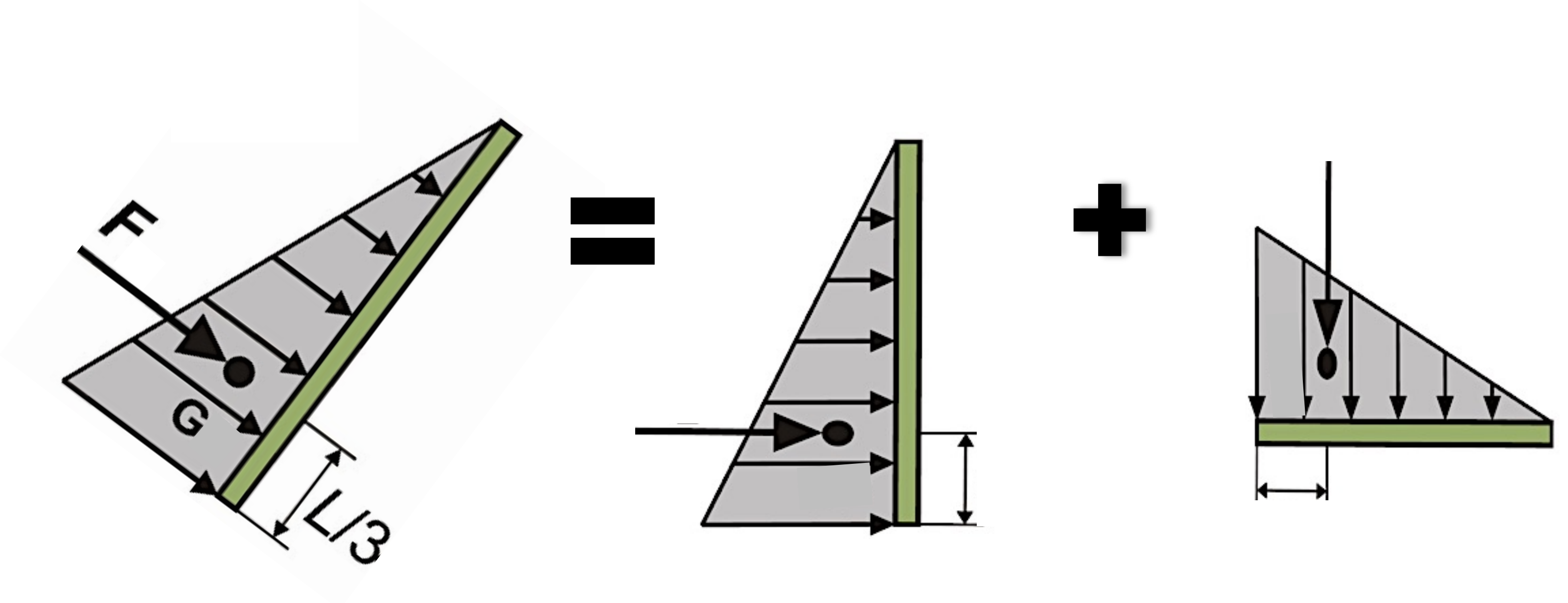
- Se cumplirá entonces:

$$\boxed{\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 \\ F\ y_G &= F_1\ y_{G1} + F_2\ y_{G2} \end{aligned}}$$

2. Fuerzas sobre superficies planas

2.3 Cálculo práctico

- Una distribución de presión sobre superficies INCLINADAS se descompone en suma de fuerzas horizontales y fuerzas verticales.

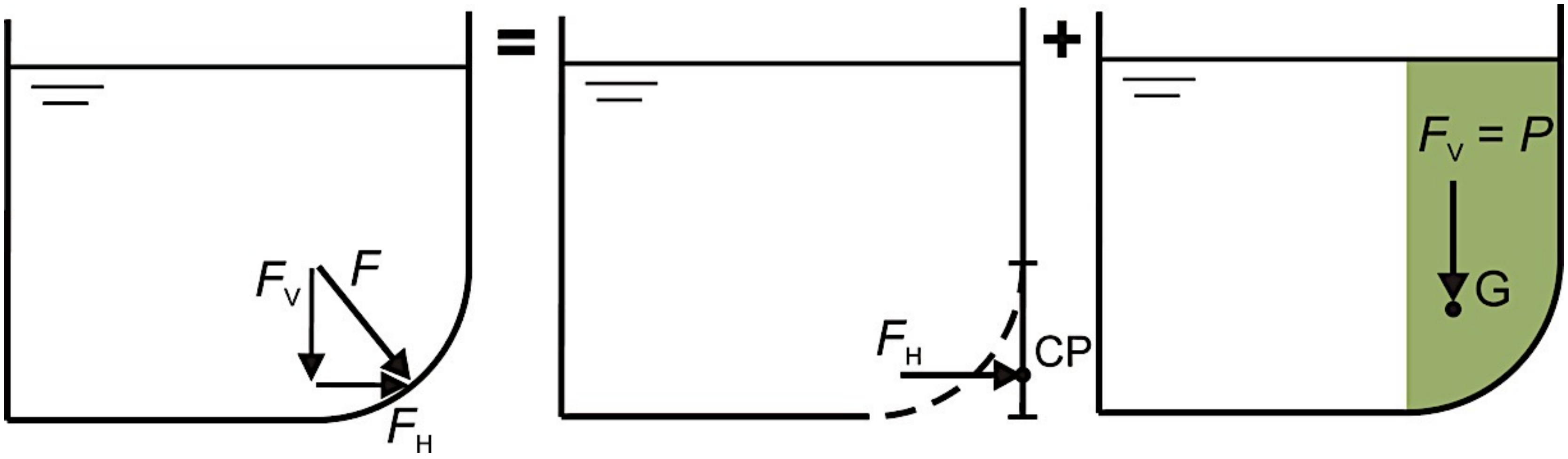


- Las FH son iguales a las fuerzas sobre la proyección vertical.
- Las FV son iguales al peso del fluido por encima de la superficie, pasando por el centro de gravedad de dicho volumen fluido.

3. Fuerzas sobre superficies curvas

3.1 Fuerzas

- Si la superficie es CURVA:

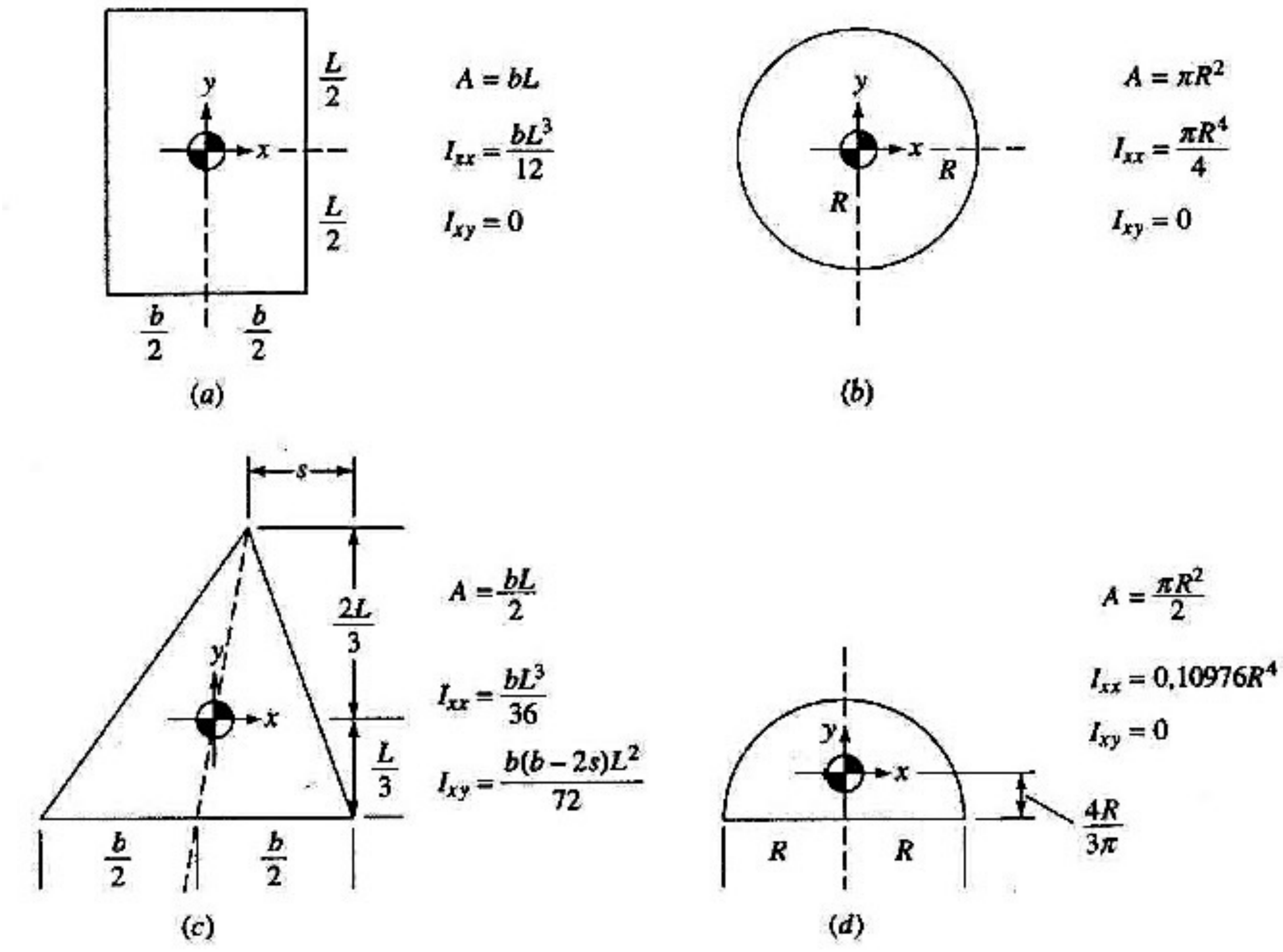


- La componente HORIZONTAL se calcula sobre la proyección vertical de la superficie y pasa por su centro de presión.

- La componente VERTICAL es igual al peso del fluido encerrado entre la superficie curva y la superficie libre del líquido. Pasa por el centro de gravedad del volumen de fluido.

3. Fuerzas sobre superficies curvas

- ÁREAS y MOMENTOS DE INERCIA de algunas superficies respecto a ejes por G:



4. Flotabilidad

4.1 Empuje hidrostático sobre cuerpos sumergidos

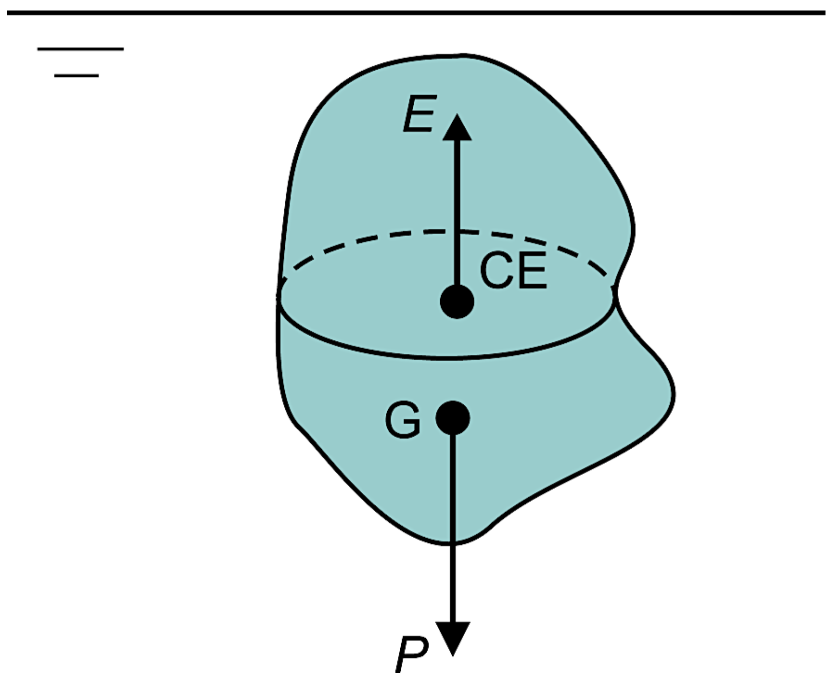
4. Flotabilidad

4.1 Empuje hidrostático sobre cuerpos sumergidos

- Teorema de Arquímedes:

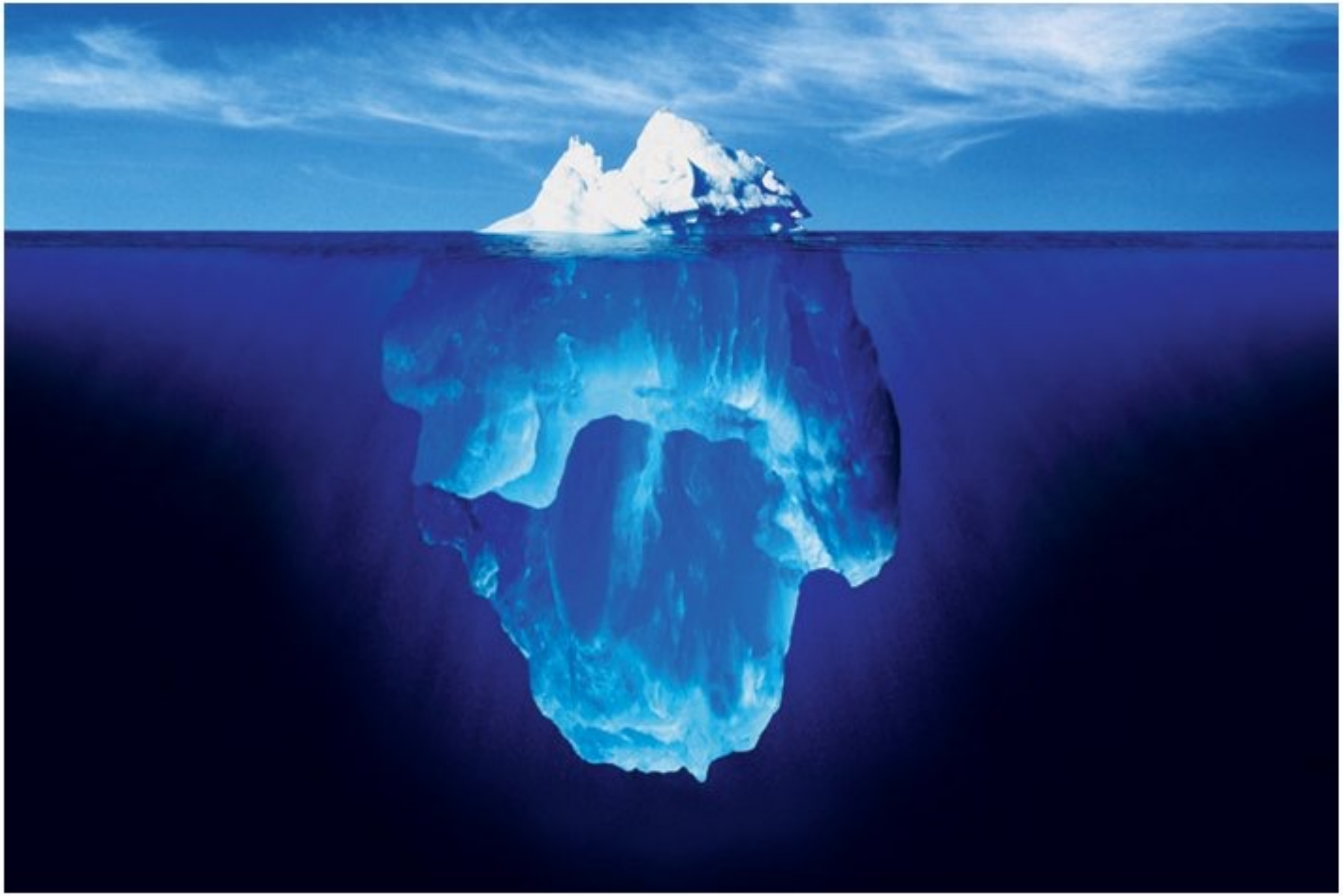
“Todo cuerpo inmerso en un fluido experimenta una fuerza vertical ascendente igual al peso del fluido desalojado”.

- Dicha fuerza se encuentra aplicada en el centro de gravedad del volumen de fluido desalojado, llamado CENTRO DE EMPUJE (E).



4. Flotabilidad

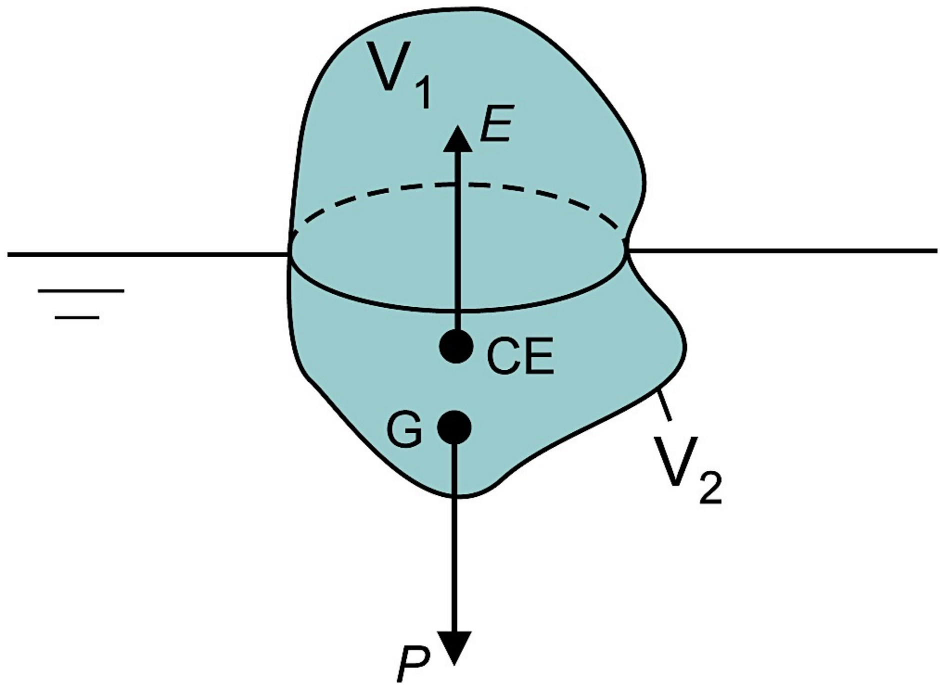
4.1 Empuje hidrostático sobre cuerpos sumergidos



4. Flotabilidad

4.1 Empuje hidrostático sobre cuerpos sumergidos

$$P = E$$
$$\rho_{\text{hielo}}\, g V = \rho_{\text{agua}}\, g V_2$$
$$\frac{V_2}{V} = \frac{\rho_{\text{hielo}}}{\rho_{\text{agua}}} = \frac{920}{1024} = 0.9$$



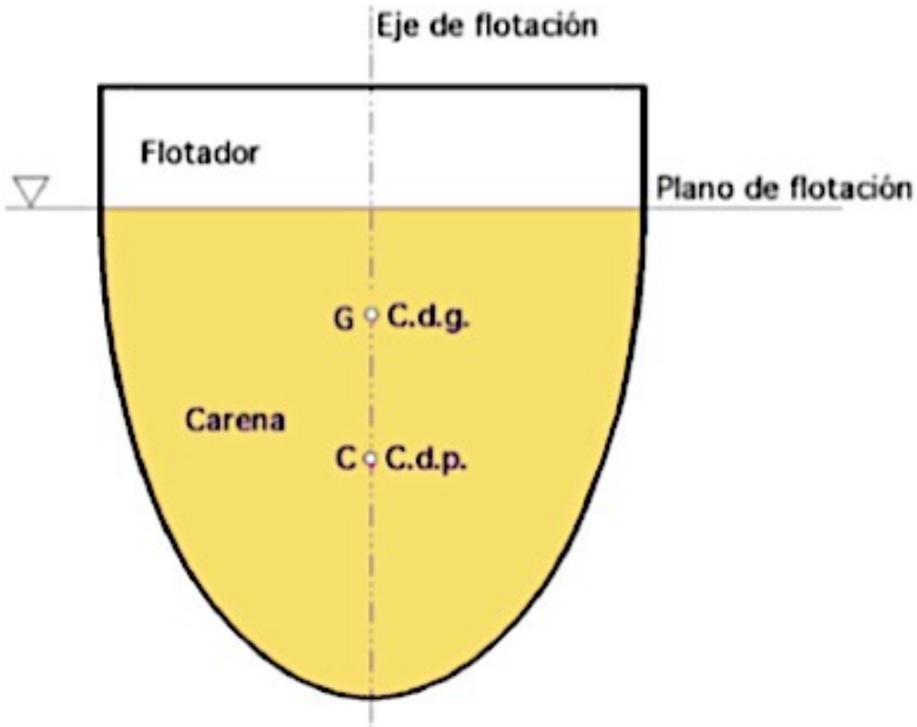
- El 90% del volumen del ICEBERG se encuentra por debajo de la línea de flotación.

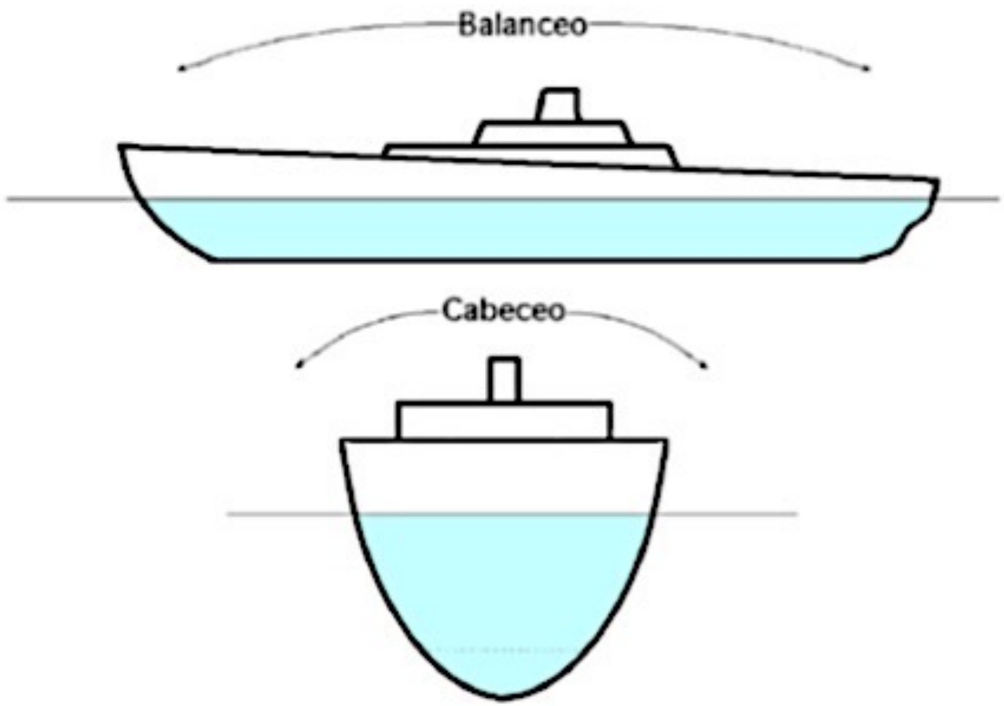
4. Flotabilidad

4.2 Estabilidad de la flotación

- Si P > E el cuerpo se hunde (baja).
- Si P < E el cuerpo flota (sube).
- Si P = E el cuerpo esta en equilibrio (bien sumergido, bien en flotación) ¿estable?

- Si el C.P. está por encima del C.G., equilibrio estable.
- Si el C.P. coincide con el C.G., equilibrio indiferente.
- Si el C.P. está por debajo del C.G., equilibrio inestable.

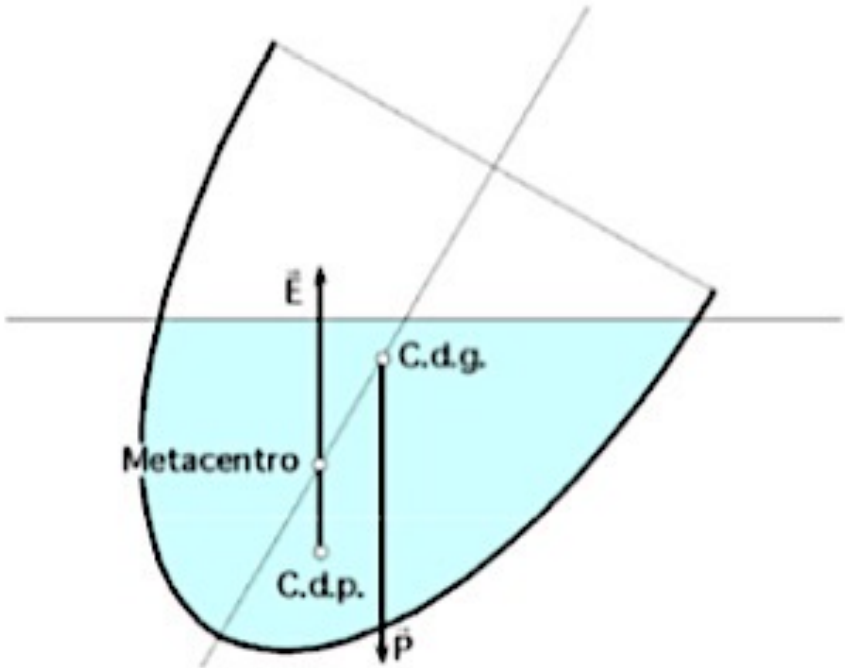


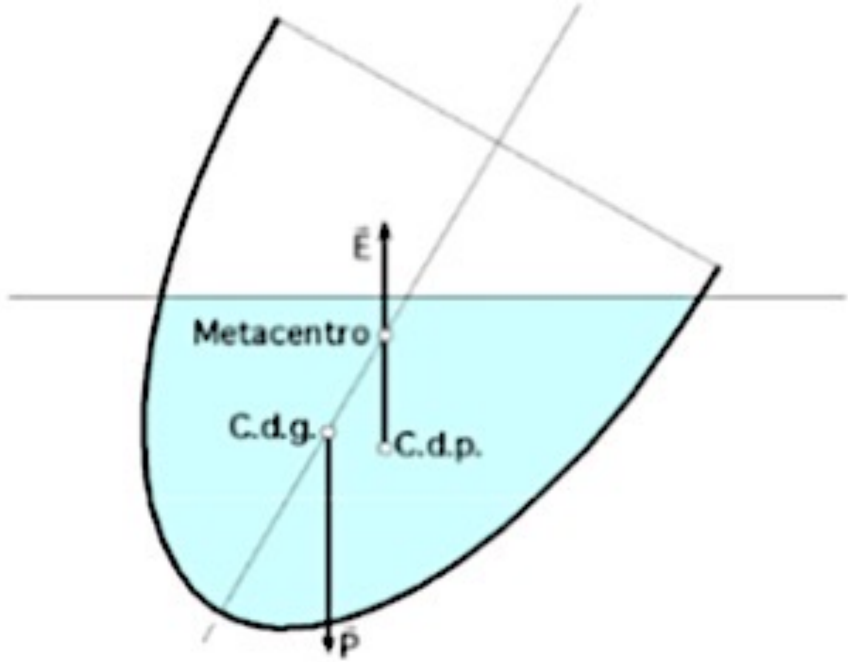


4. Flotabilidad

4.2 Estabilidad de la flotación

Centro de carena: es el centro de gravedad de la parte de fluido que desaloja el flotador.
- Coincide con lo que hemos denominado centro de presiones: es el punto de aplicación de la fuerza ascendente o empuje (resultante de las presiones hidrostáticas en el caso de flotación).



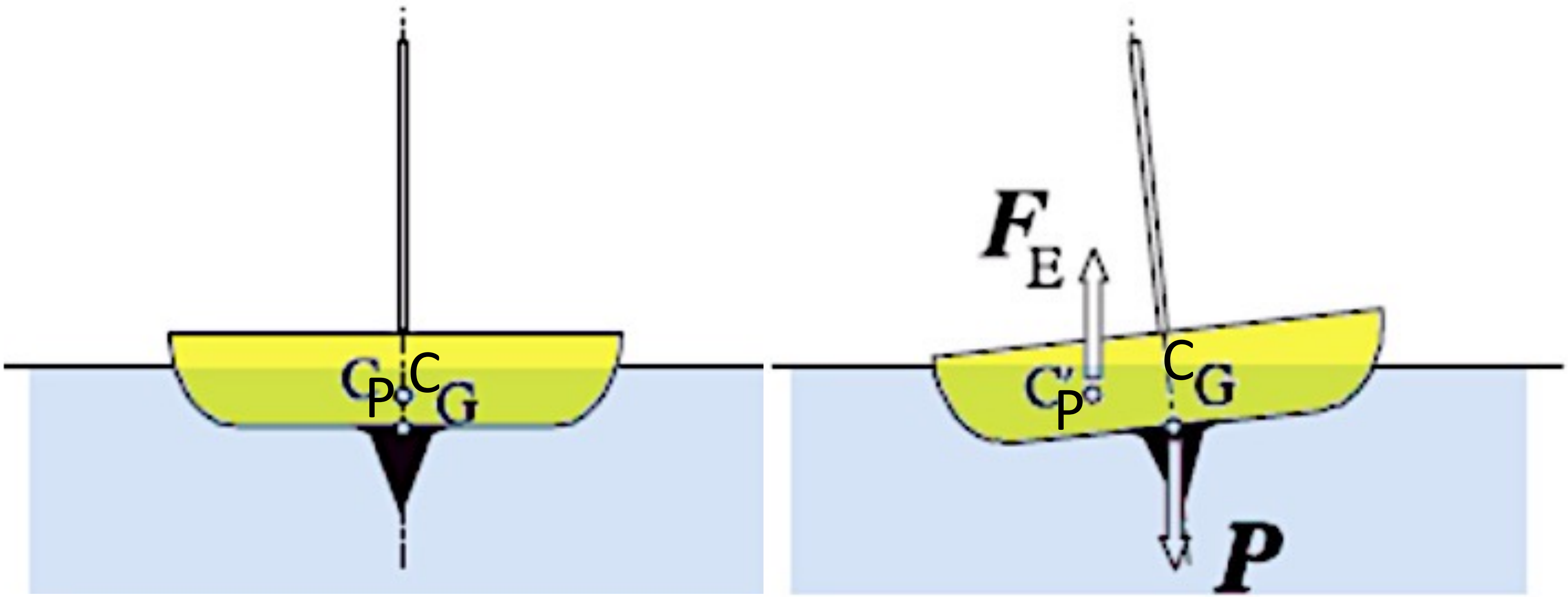


Metacentro: intersección entre la vertical (gravedad) que pasa por el centro de carena (desplazado) y el eje de flotación (desplazado).

4. Flotabilidad

4.2 Estabilidad de la flotación

La condición suficiente (pero no necesaria) para que el equilibrio del flotador sea estable es que su centro de gravedad C.G. se encuentre en la misma vertical que el centro de carena C.P. y situado por debajo de este.

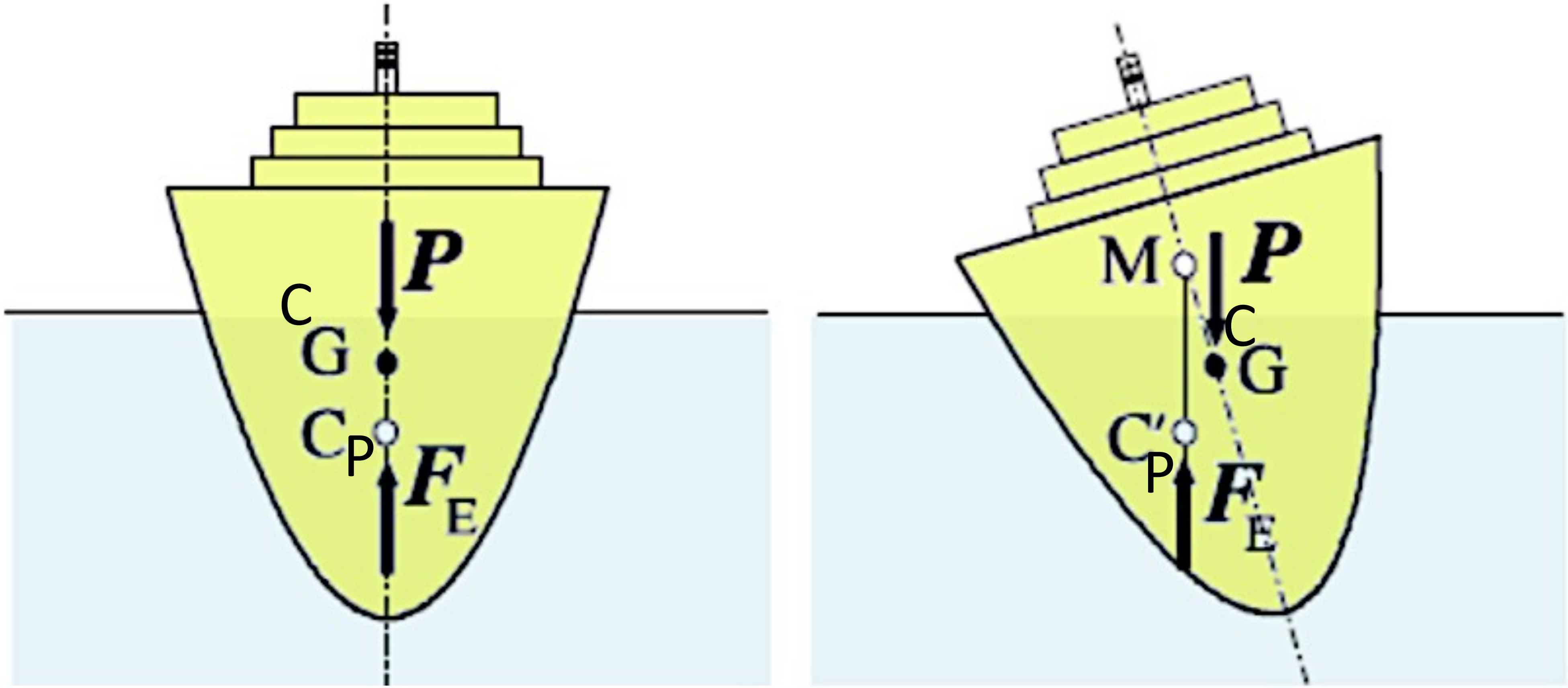


4. Flotabilidad

4.2 Estabilidad de la flotación

La condición necesaria y suficiente de flotabilidad es:

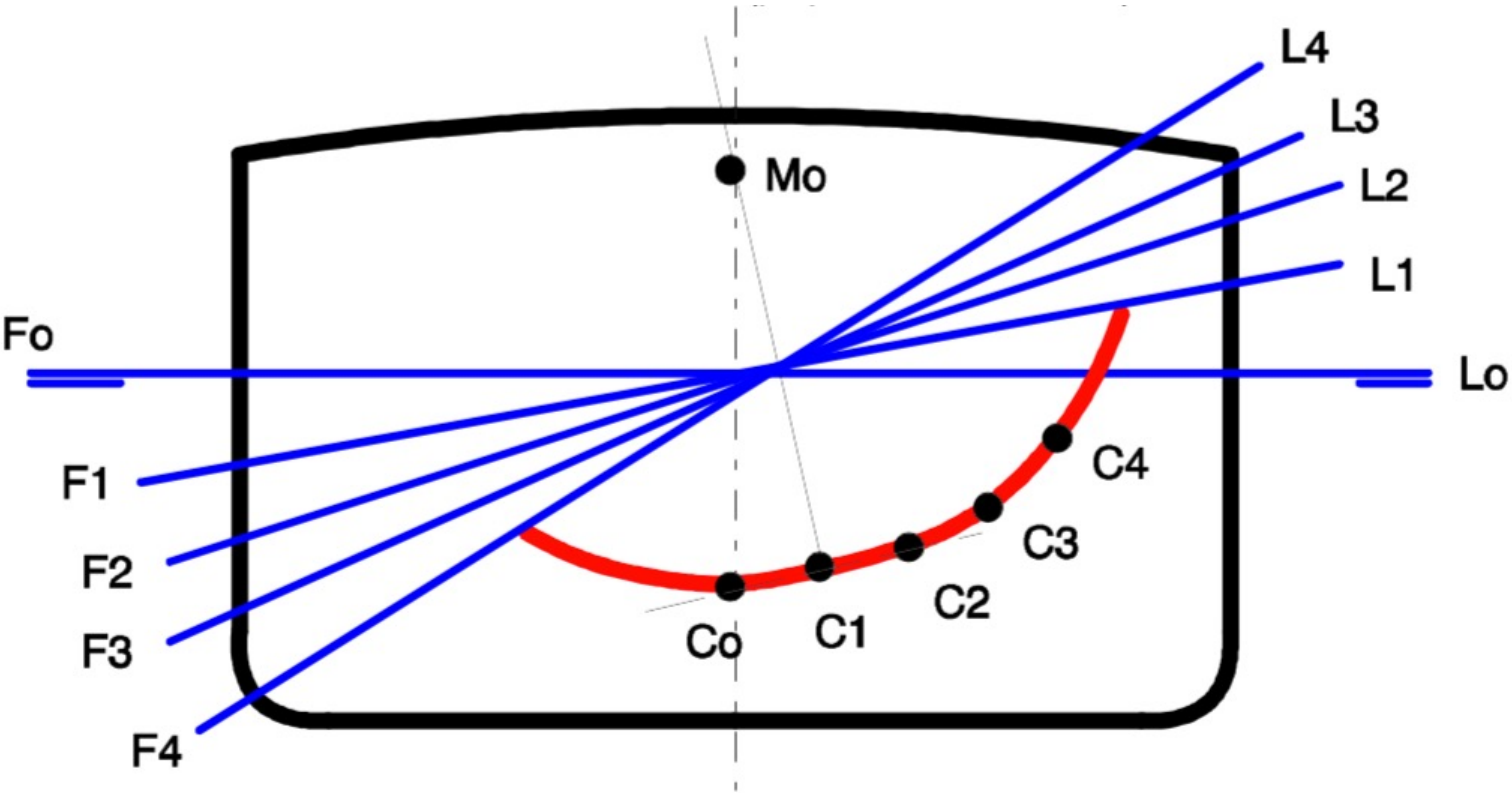
- Si el metacentro está por encima del C.G., equilibrio estable, aparece par estabilizador.
- Si el metacentro coincide con el C.G., equilibrio indiferente.
- Si el metacentro está por debajo del C.G., equilibrio inestable, aparece par desestabilizador.



4. Flotabilidad

4.2 Estabilidad de la flotación

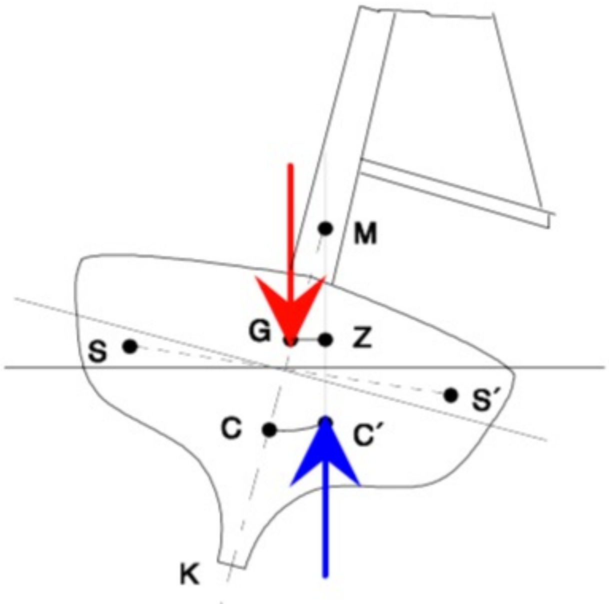
Haciendo un giro infinitesimal (< 15º) en torno al punto O:



4. Flotabilidad

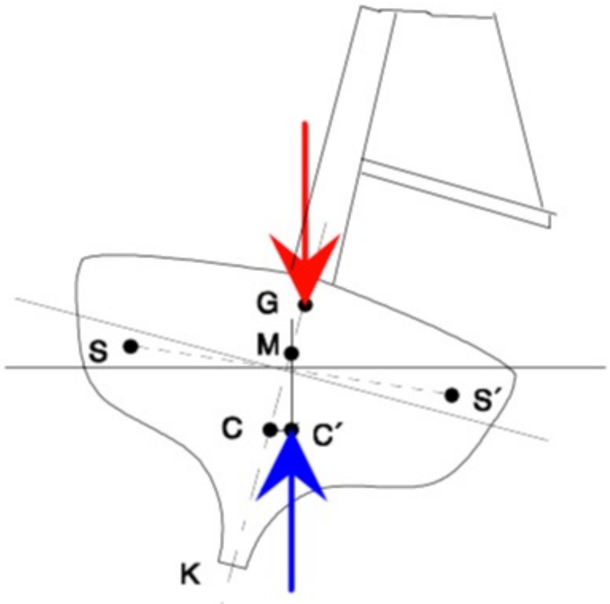
4.2 Estabilidad de la flotación

Haciendo un giro infinitesimal (< 15º) en torno al punto O:



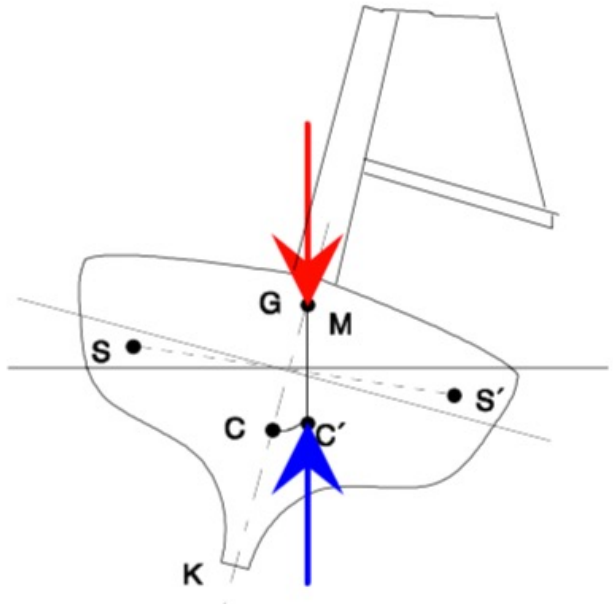
Estable

KM>KG



Inestable

KM<KG



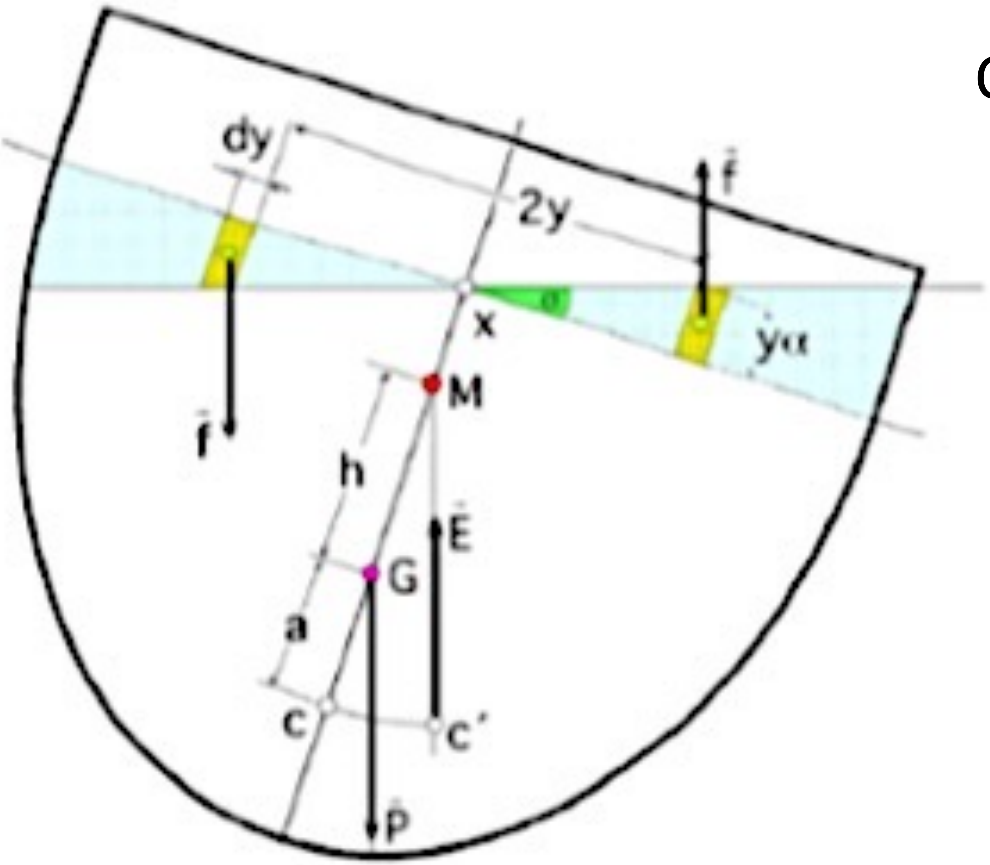
Indiferente

KM=KG

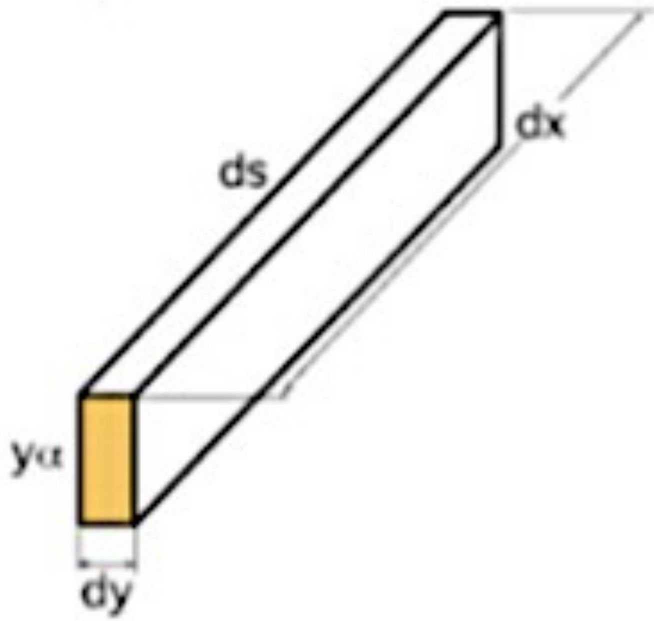
4. Flotabilidad

4.2 Estabilidad de la flotación

Haciendo un giro infinitesimal (< 15º) en torno al punto O:
(así, el metacentro siempre está en el plano meridiano del buque).

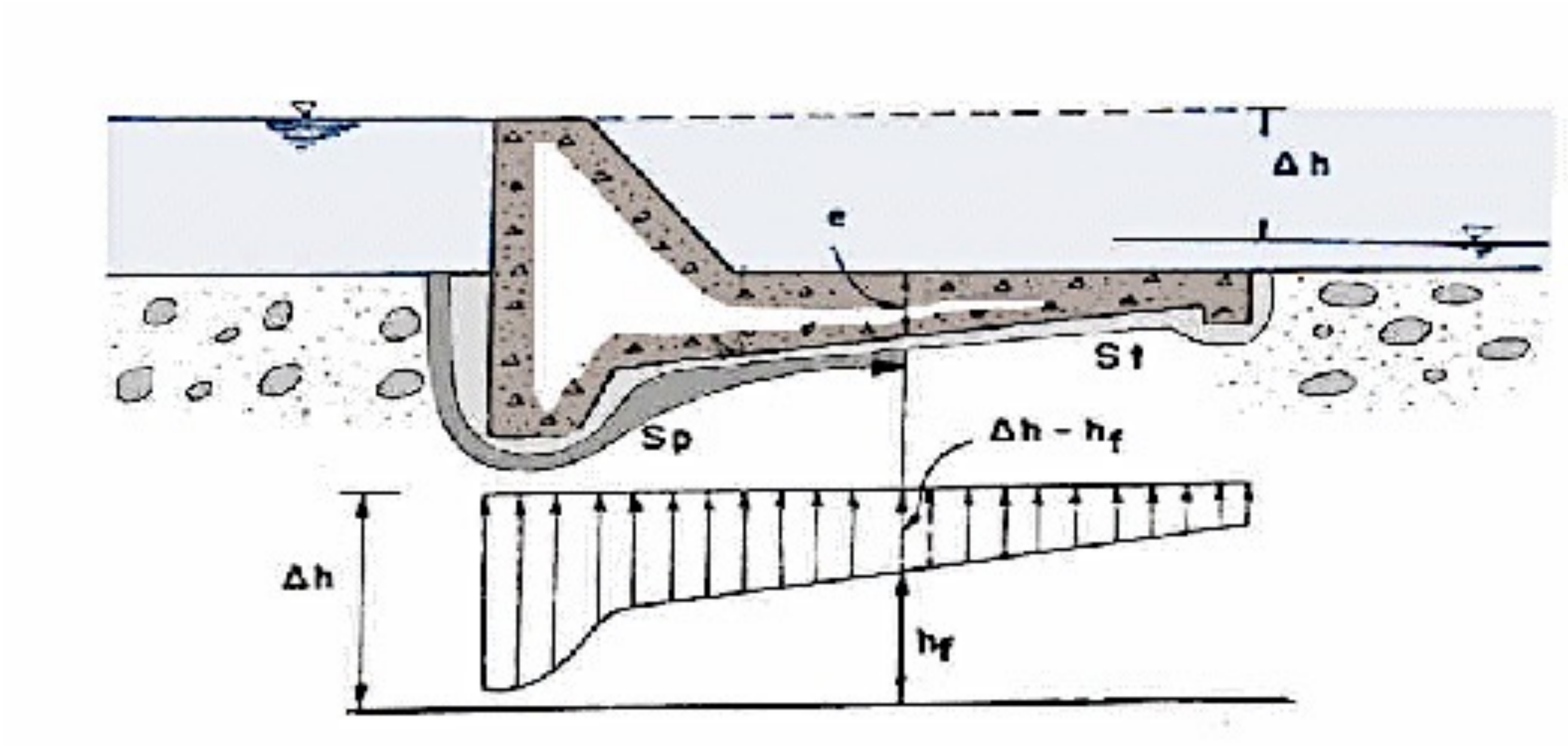


$$CM = \frac{\gamma\, I_{xx}}{E} = \frac{I_{xx}}{V}$$



4. Flotabilidad

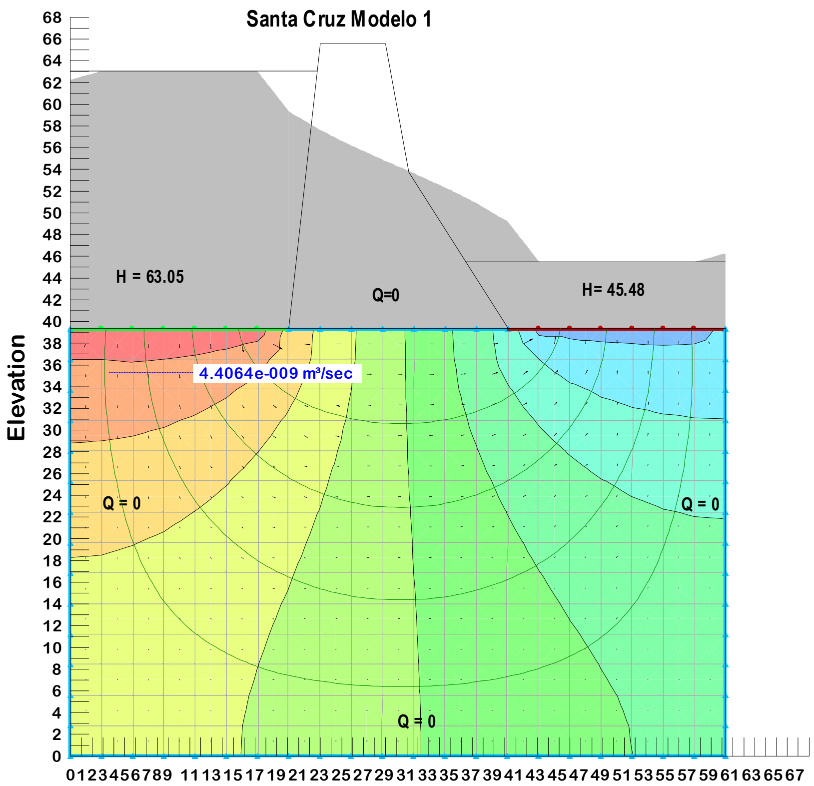
4.3 El fenómeno de la subpresión en presas

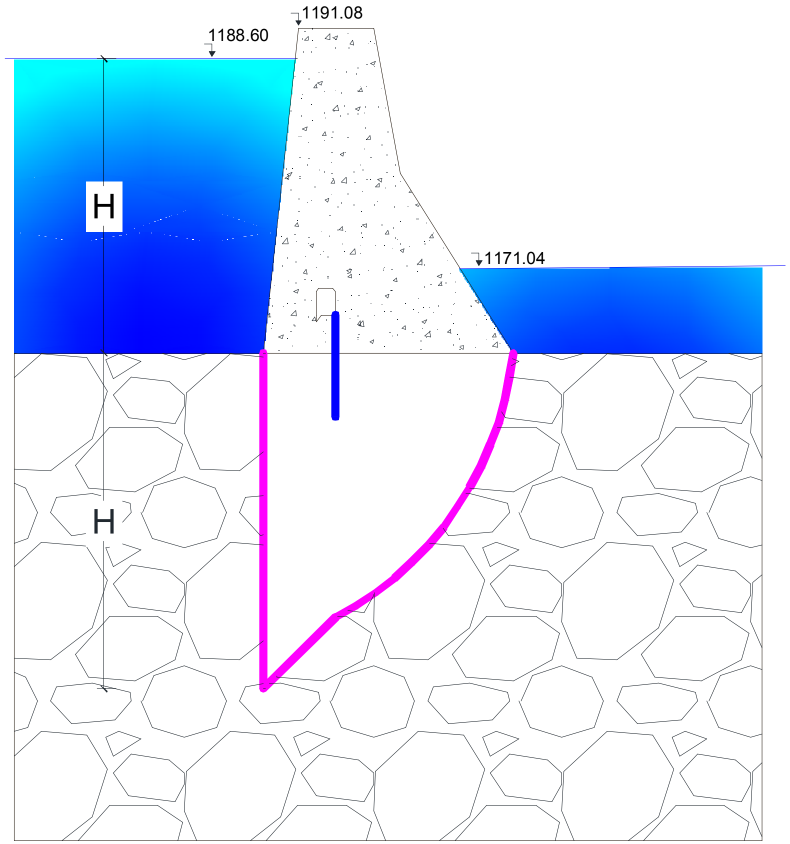


4. Flotabilidad

4.3 El fenómeno de la subpresión en presas

- Disminuye la reacción normal en la base de la presa, por lo que disminuye la fuerza necesaria para su deslizamiento.
- En función del modelo de subpresión adoptado, aumenta los momentos desestabilizadores.



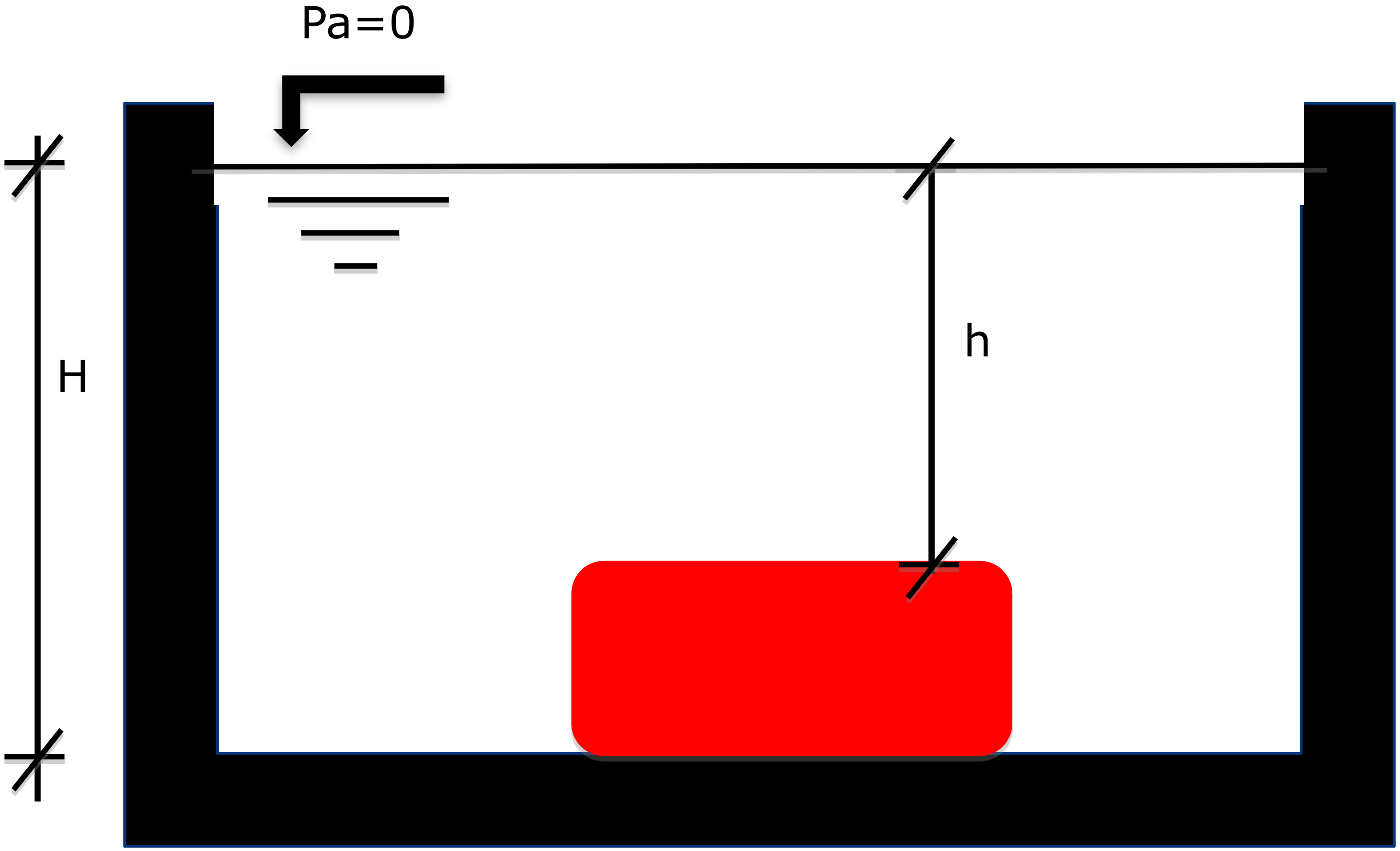


- ESTUDIO COMPARATIVO DE DOS MODELOS PARA EL CALCULO DE LA SUBPRESION APLICADO A LA PRESA SANTA CRUZ, Roberto Aguiar Falconí y Edwin Omar Logacho.

4. Flotabilidad

4.3 El fenómeno de la subpresión

- Sin subpresión:



Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}

4. Flotabilidad

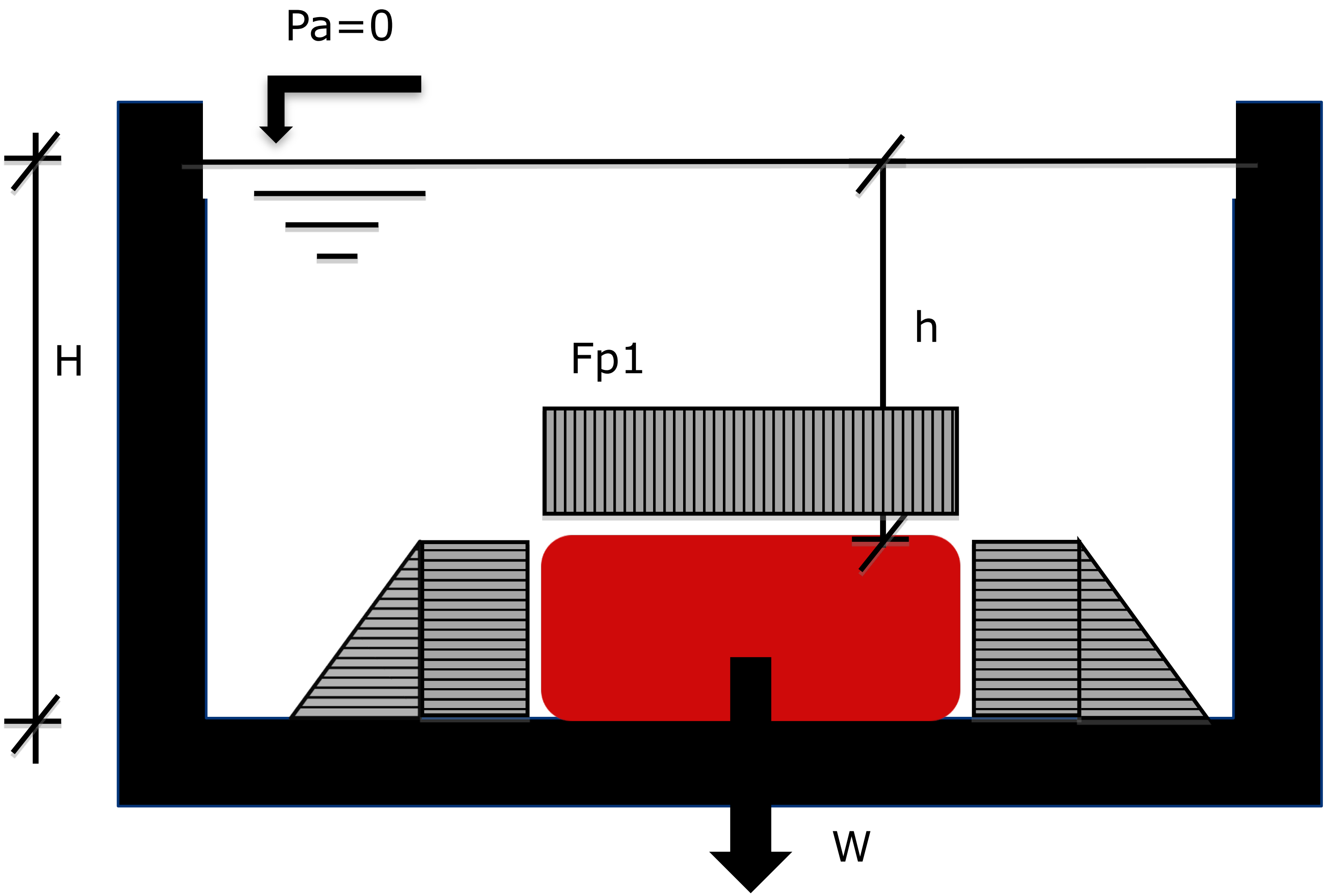
4.3 El fenómeno de la subpresión

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}

- Sin subpresión (E=0): fuerzas sobre el cuerpo.



$$W = \gamma_{SOL} \cdot V_{SOL} =$$
$$= \gamma_{SOL}((H-h) \cdot B \cdot 1)$$

$$Fp1 = \gamma_{LIQ} \cdot V_{LIQ} =$$
$$= \gamma_{LIQ} \cdot h \cdot B \cdot 1$$

4. Flotabilidad

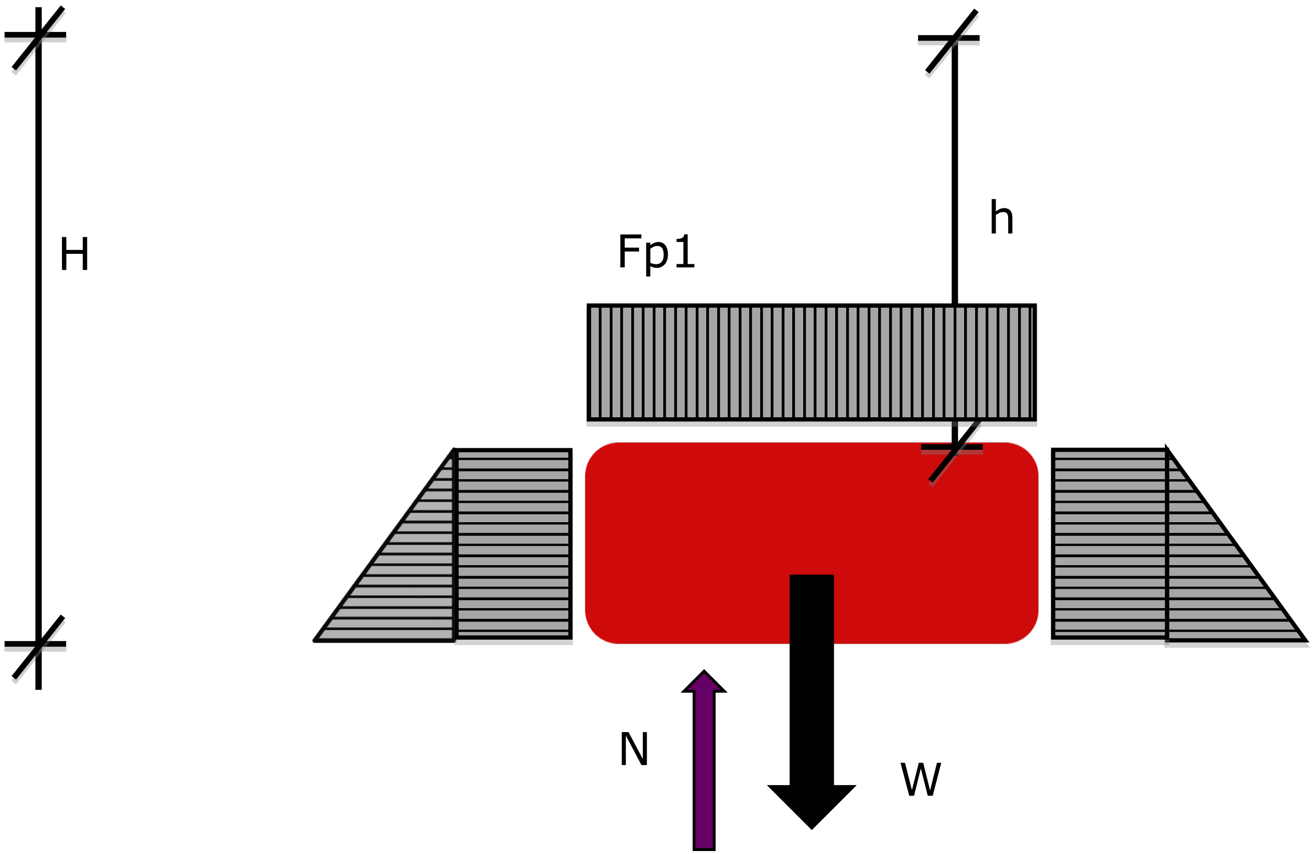
4.3 El fenómeno de la subpresión

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}

- Sin subpresión (E=0): fuerzas sobre el cuerpo. (y la reacción normal, que substituye al cimiento)



$$W + Fp1 - N = 0$$

4. Flotabilidad

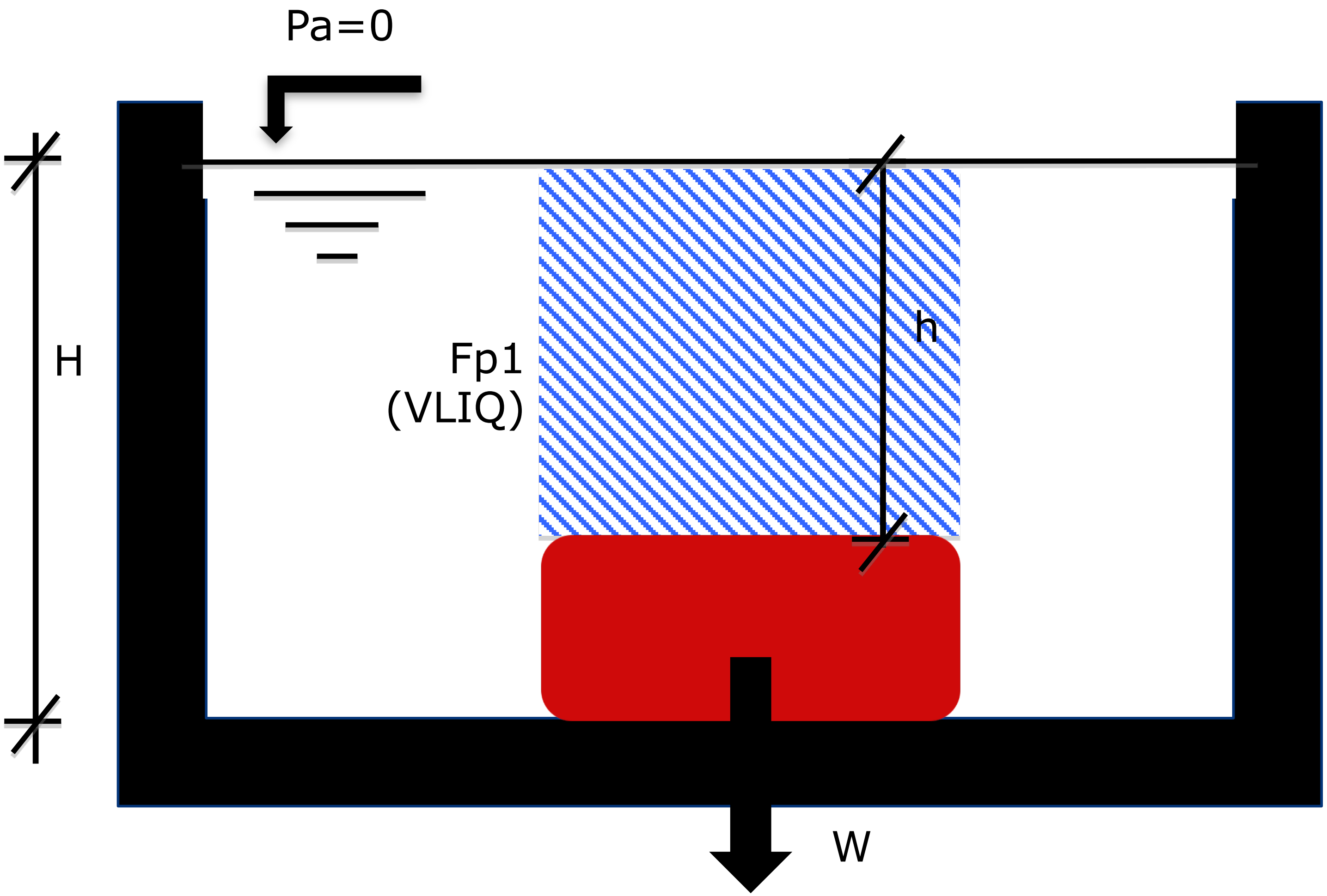
4.3 El fenómeno de la subpresión

- Sin subpresión (E=0): fuerzas sobre el cuerpo.
  (las horizontales se compensan)

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}



$$W + Fp1 - N = 0$$

4. Flotabilidad

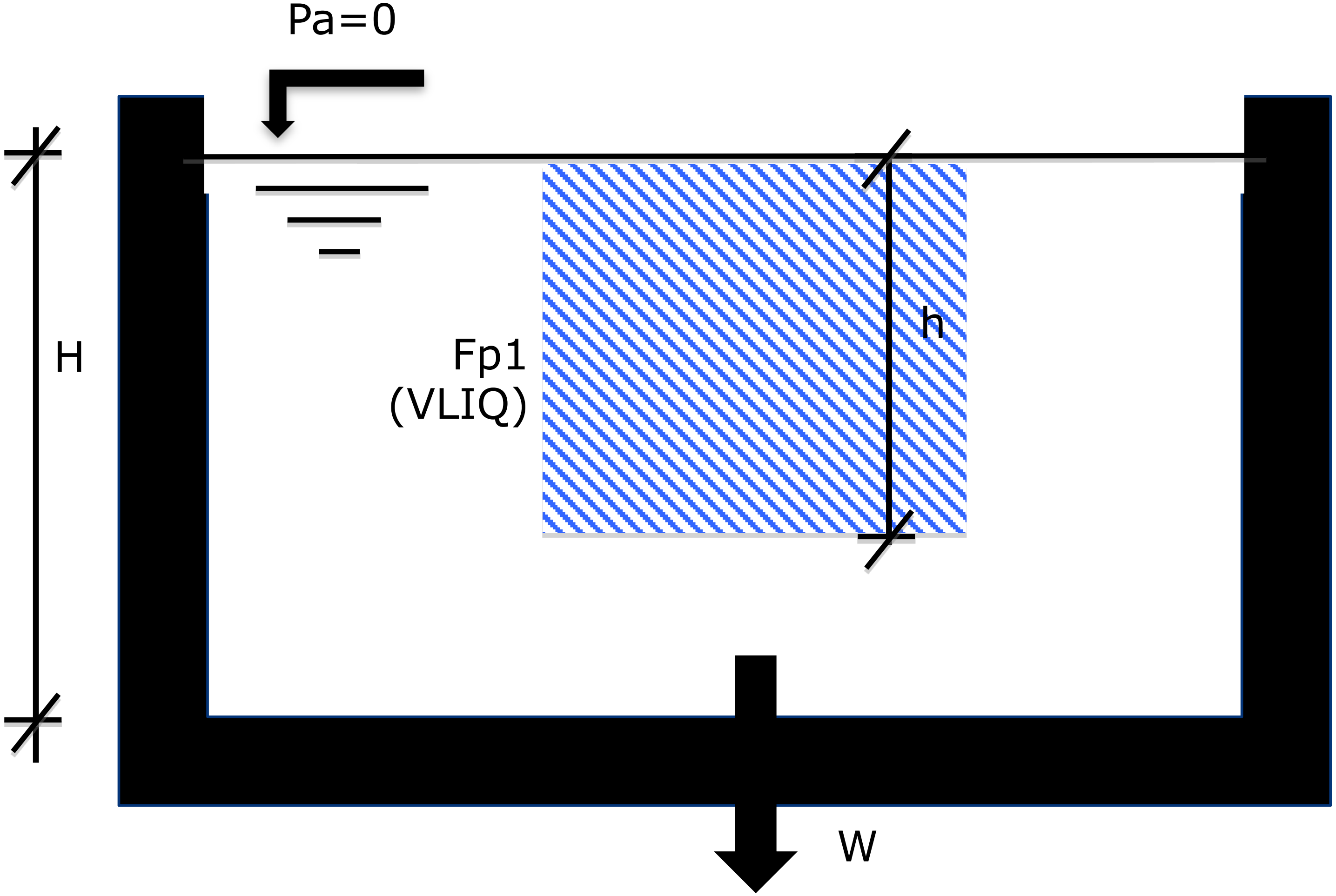
4.3 El fenómeno de la subpresión

- Sin subpresión (E=0): reacción sobre el cimiento.

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}



$$N = W + Fp1$$

$$N = \gamma_{SOL} \cdot V_{SOL} + \gamma_{LIQ} \cdot V_{LIQ}$$

4. Flotabilidad

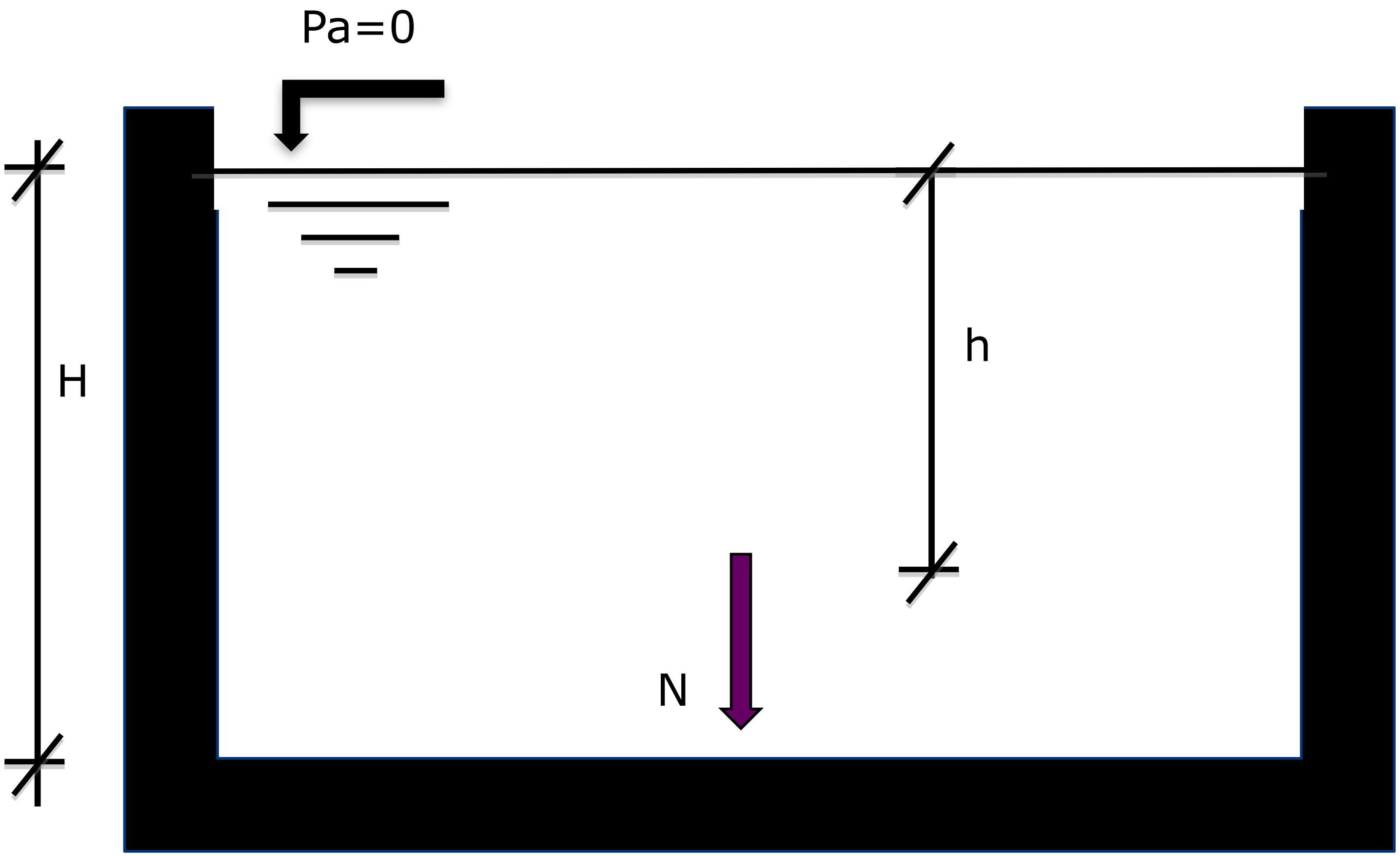
4.3 El fenómeno de la subpresión

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}

- Sin subpresión (E=0): reacción sobre el cimiento.



$$N = W + Fp1$$

$$N = \gamma_{SOL} \cdot V_{SOL} + \gamma_{LIQ} \cdot V_{LIQ}$$

4. Flotabilidad

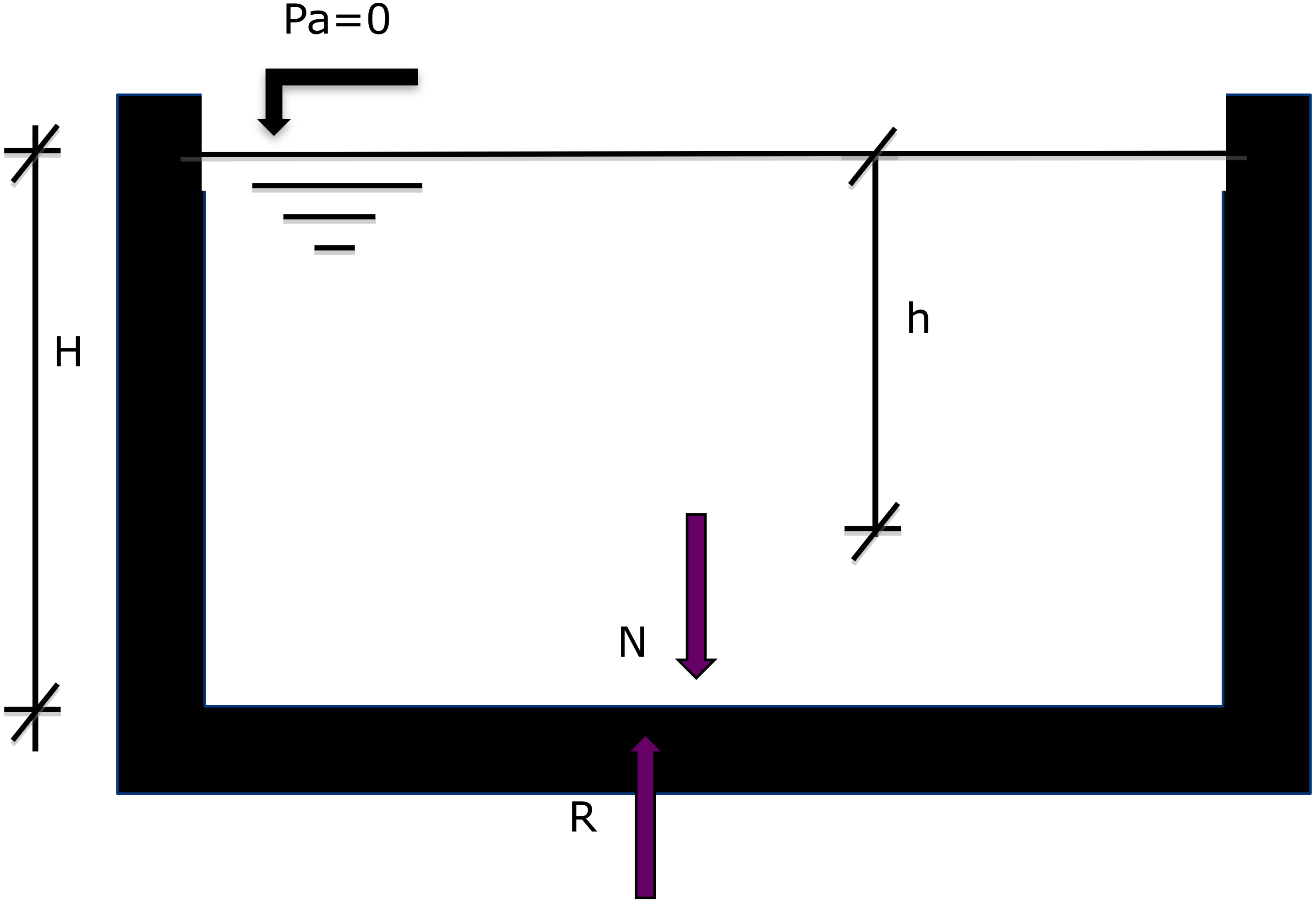
4.3 El fenómeno de la subpresión

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}

- Sin subpresión (E=0): reacción sobre el cimiento.



$$R = N$$

$$R = \gamma_{SOL} \cdot V_{SOL} + \gamma_{LIQ} \cdot V_{LIQ}$$

4. Flotabilidad

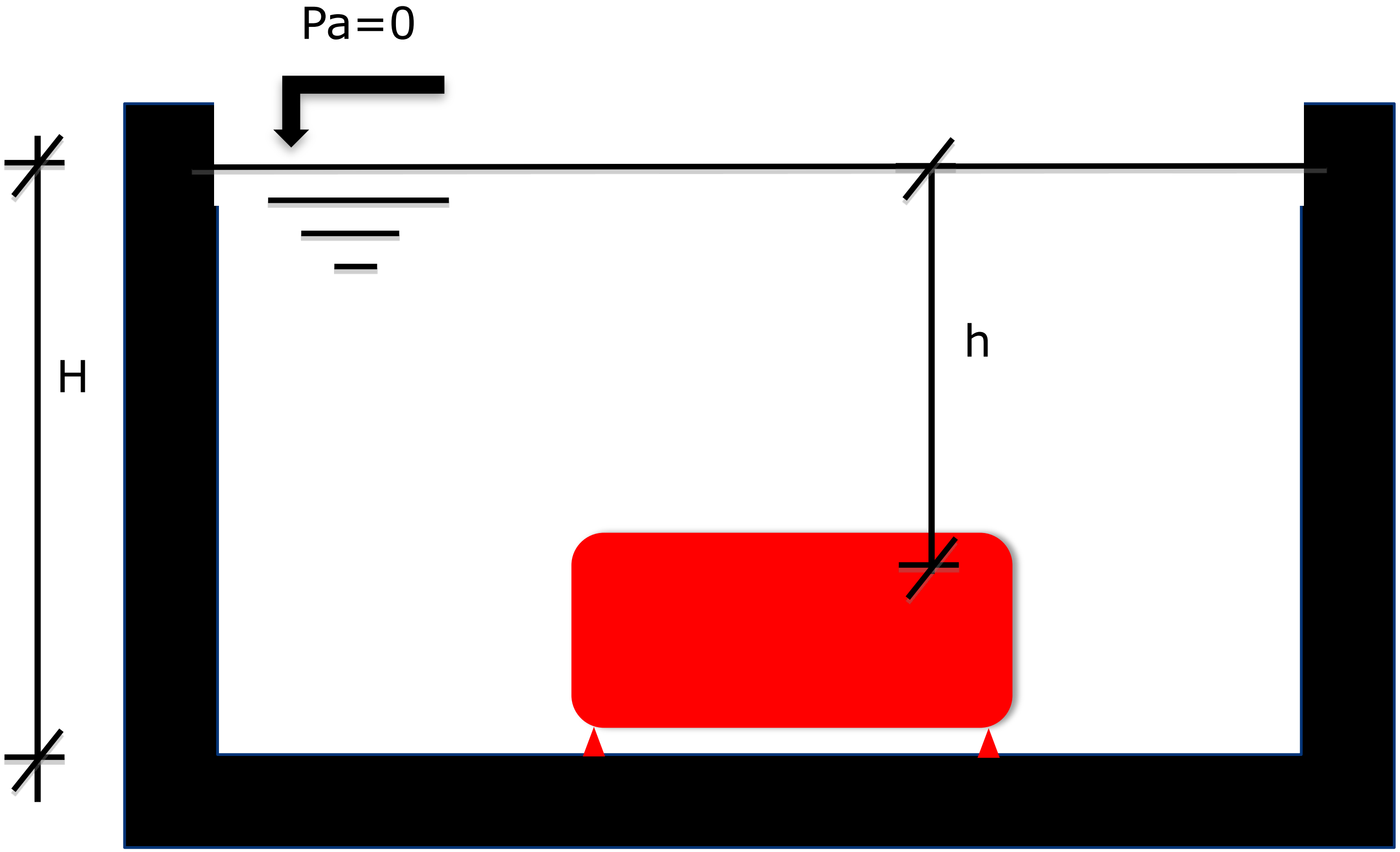
4.3 El fenómeno de la subpresión

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}

- Con subpresión:



4. Flotabilidad

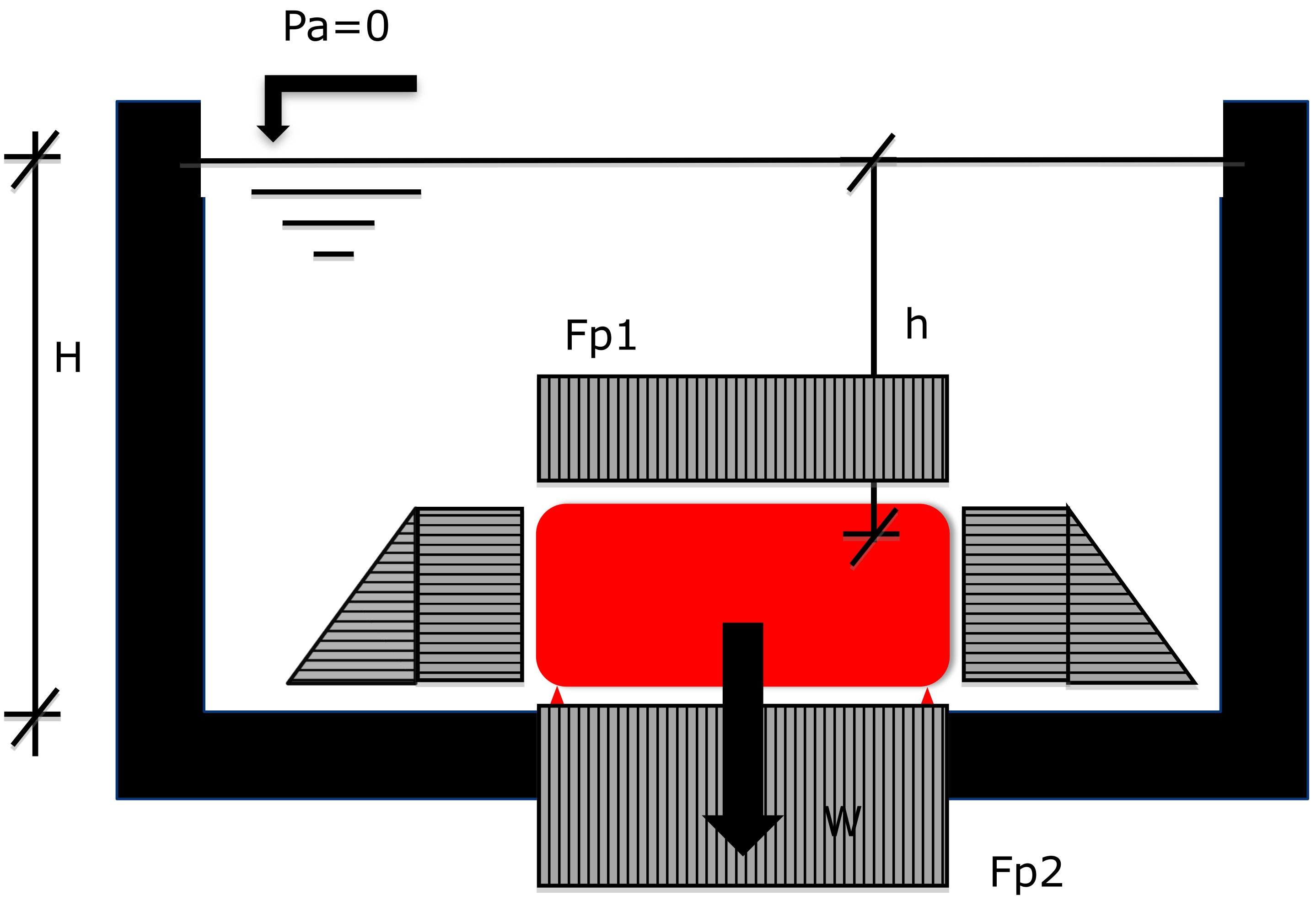
4.3 El fenómeno de la subpresión

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}

- Con subpresión: fuerzas sobre el cuerpo.



$$W = \gamma_{SOL} \cdot V_{SOL} =$$
$$= \gamma_{SOL}((H-h) \cdot B \cdot 1)$$

$$Fp1 = \gamma_{LIQ} \cdot V_{LIQ} =$$
$$= \gamma_{LIQ} \cdot h \cdot B \cdot 1$$

$$Fp2 = \gamma_{LIQ} \cdot V_{TOT} =$$
$$= \gamma_{LIQ} \cdot H \cdot B \cdot 1$$

4. Flotabilidad

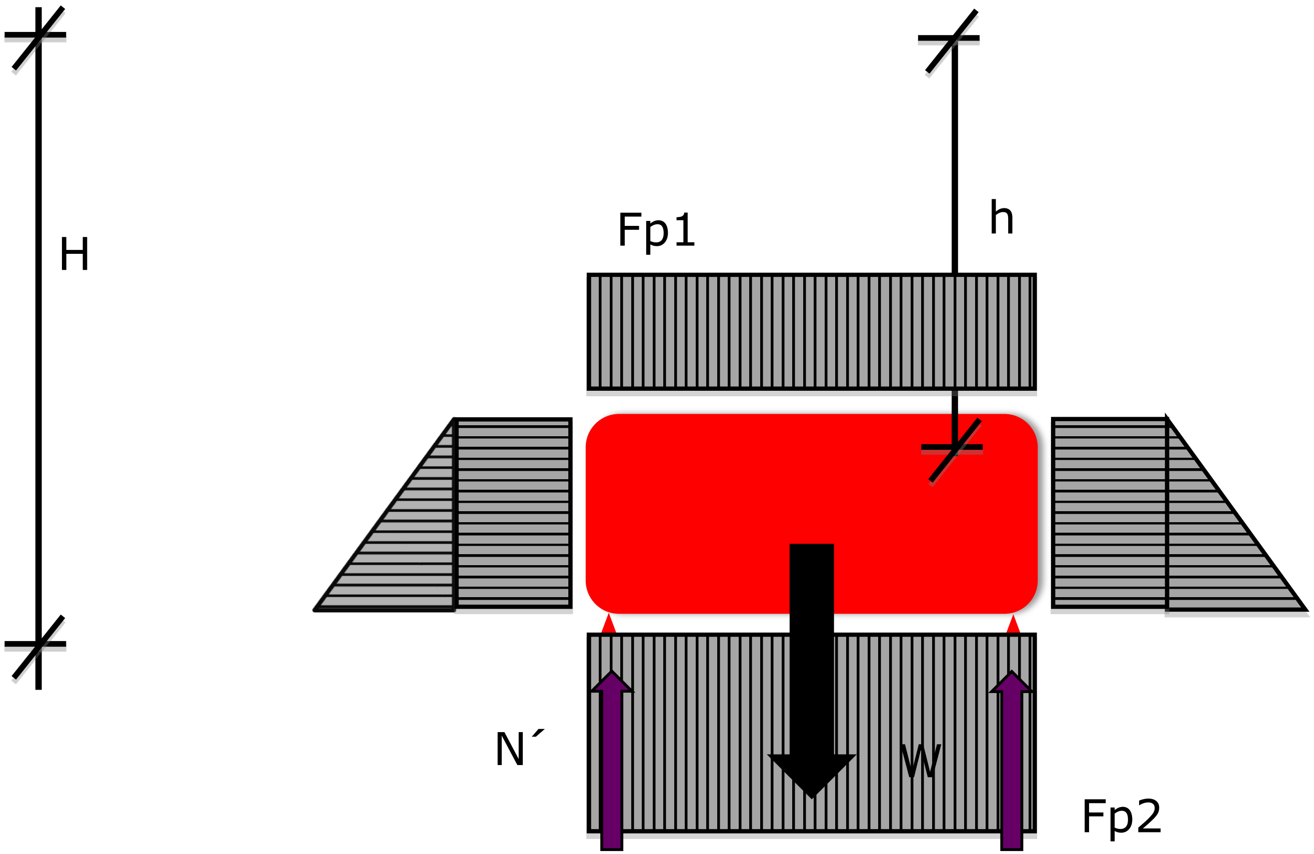
4.3 El fenómeno de la subpresión

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}

- Con subpresión: fuerzas sobre el cuerpo.
  (y la reacción normal, que substituye al cimiento)



$$W + Fp1 - N' - Fp2 = 0$$

4. Flotabilidad

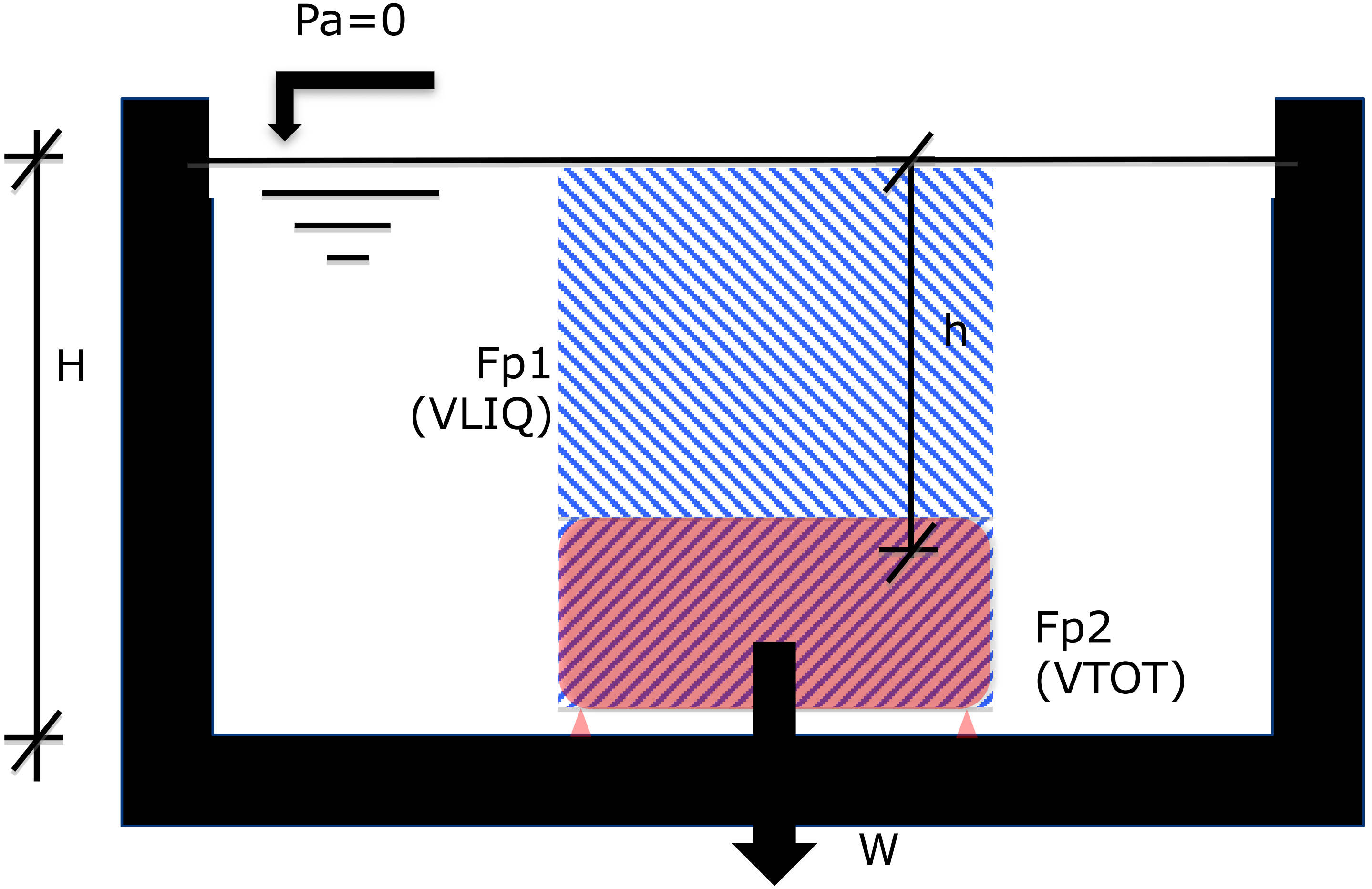
4.3 El fenómeno de la subpresión

- Con subpresión: fuerzas sobre el cuerpo.
  (las horizontales se compensan)

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}



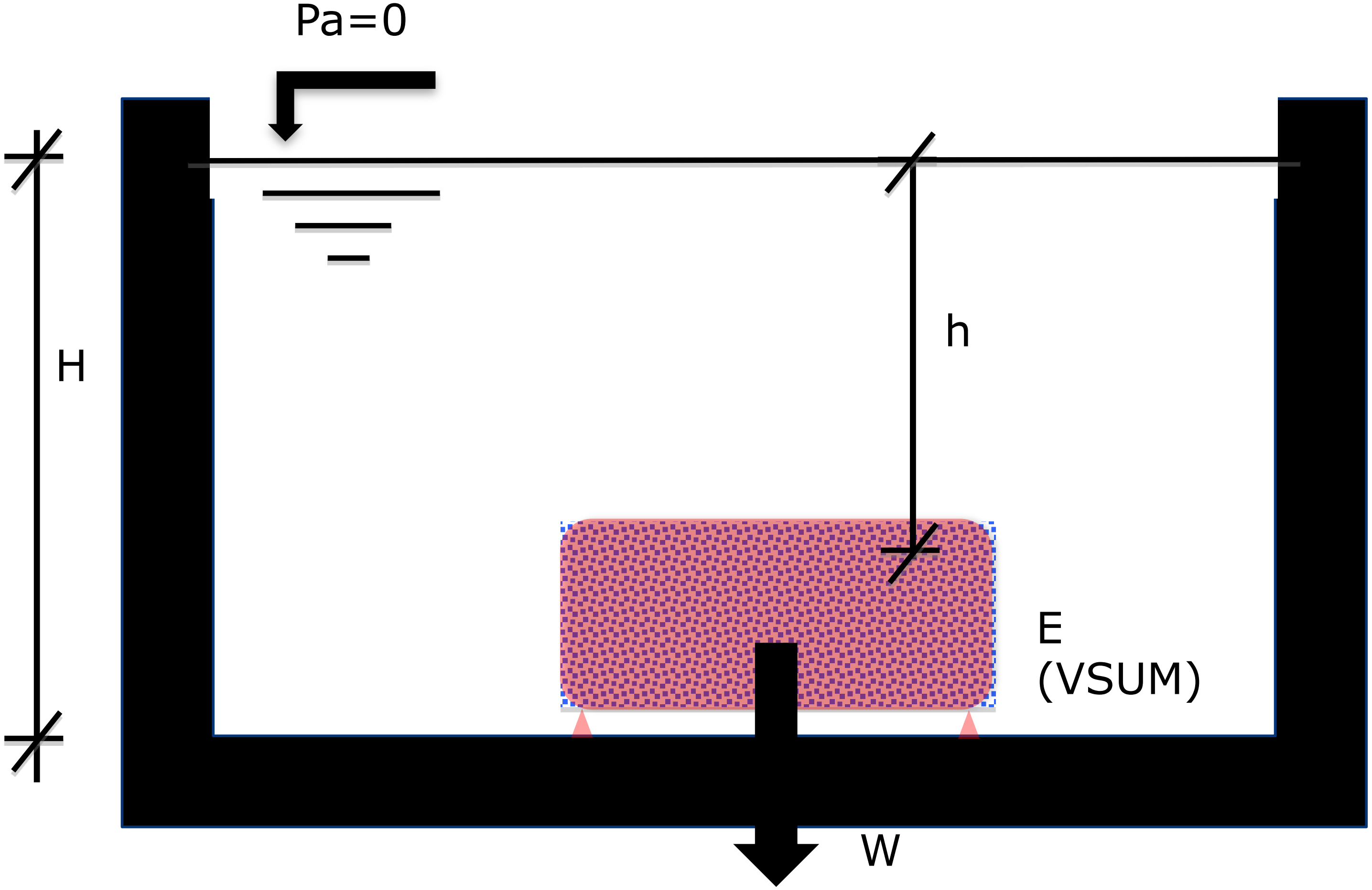
$$W + Fp1 - Fp2 - N' = 0$$

$$W - E - N' = 0$$

4. Flotabilidad

4.3 El fenómeno de la subpresión

- Con subpresión: fuerzas sobre el cuerpo.
  (las horizontales se compensan)



Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}

$$W - E - N' = 0$$

4. Flotabilidad

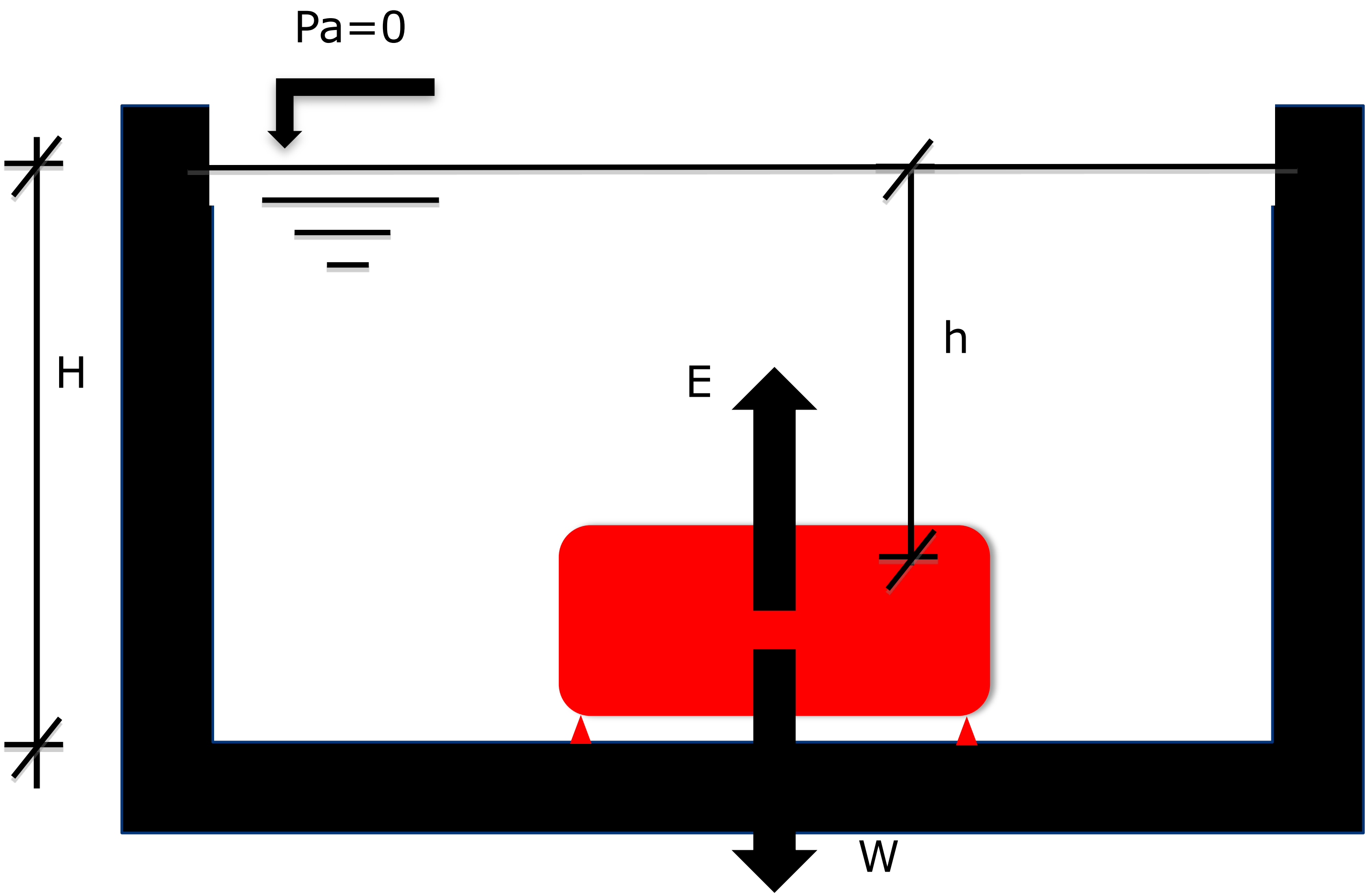
4.3 El fenómeno de la subpresión

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}

- Con subpresión: fuerzas sobre el cuerpo.



$$W - E - N' = 0$$

4. Flotabilidad

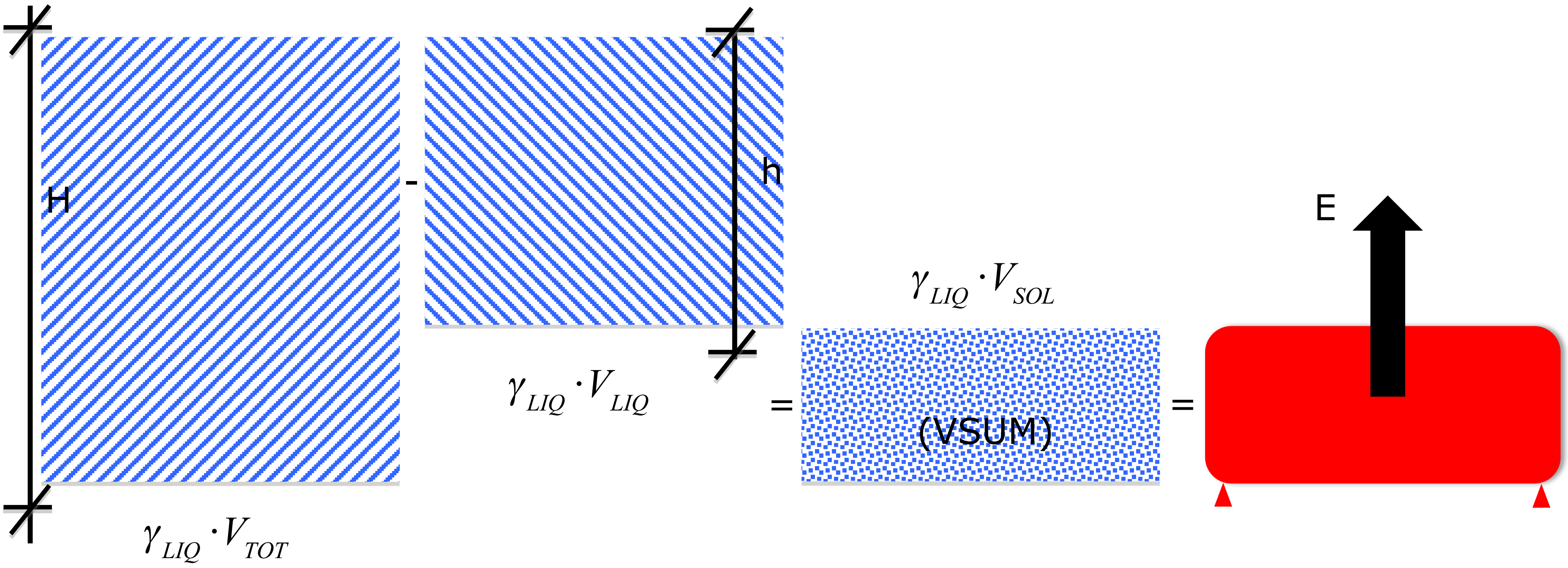
4.3 El fenómeno de la subpresión

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}

- Con subpresión: fuerzas sobre el cuerpo.



4. Flotabilidad

4.3 El fenómeno de la subpresión

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}

- Con subpresión: fuerzas sobre el cuerpo.

$$N' = \gamma_{SOL} \cdot V_{SOL} + \gamma_{LIQ} \cdot V_{LIQ} - \gamma_{LIQ} \cdot V_{TOT} =$$

$$= \gamma_{SOL} \cdot V_{SOL} + \gamma_{LIQ} \cdot (V_{LIQ} - V_{TOT}) =$$

$$= \gamma_{SOL} \cdot V_{SOL} - \gamma_{LIQ} \cdot (V_{TOT} - V_{LIQ}) =$$

$$= \gamma_{SOL} \cdot V_{SOL} - \gamma_{LIQ} \cdot V_{SOL} = V_{SOL} \cdot \gamma_{SUM}$$

$$N' \leq N$$

4. Flotabilidad

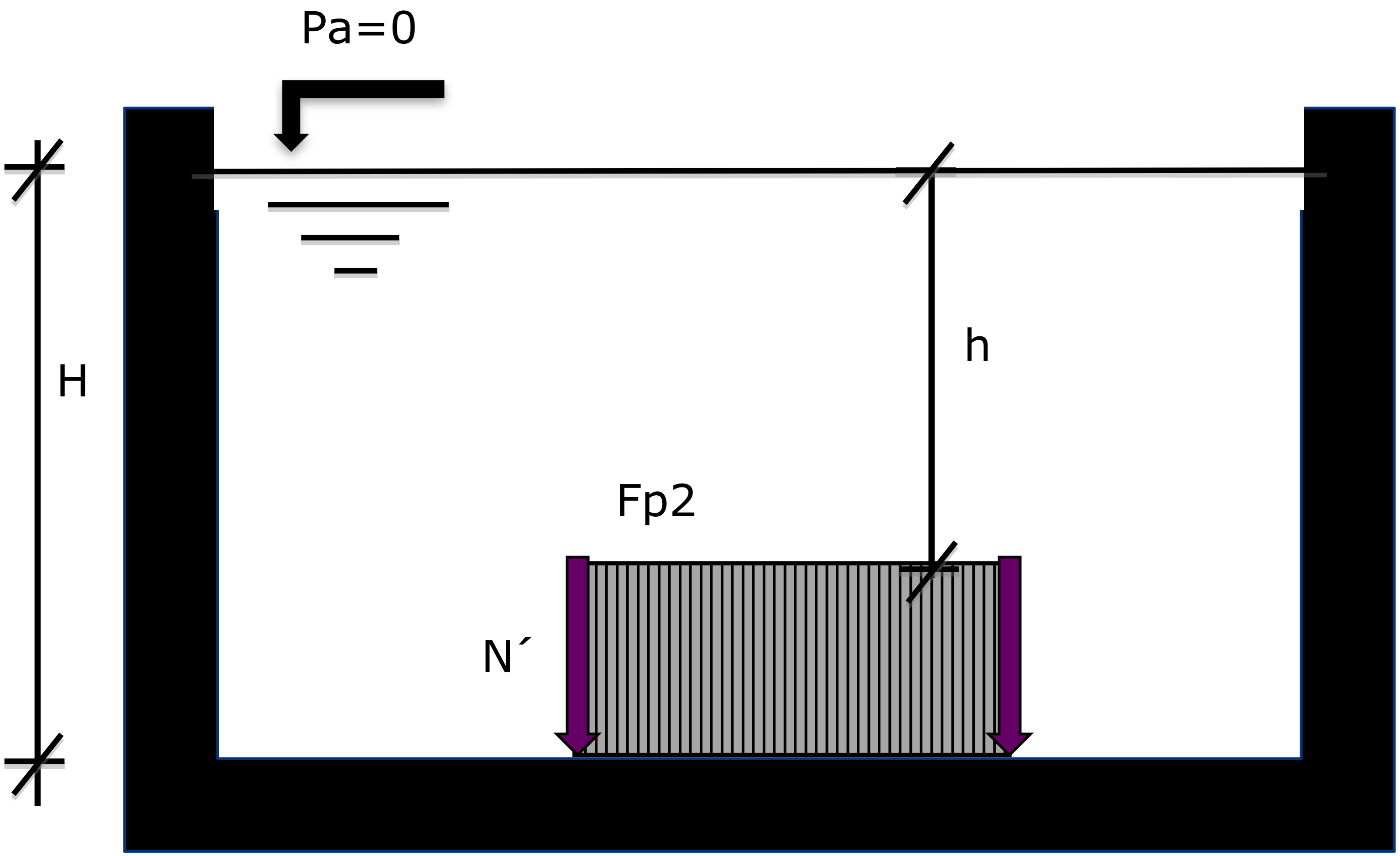
4.3 El fenómeno de la subpresión

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}

- Con subpresión: reacción sobre el cimiento.



$$N' = \gamma_{SOL} \cdot V_{SOL} +$$
$$+\gamma_{LIQ} \cdot V_{LIQ} - \gamma_{LIQ} \cdot V_{TOT}$$

$$Fp2 = \gamma_{LIQ} \cdot V_{TOT}$$

4. Flotabilidad

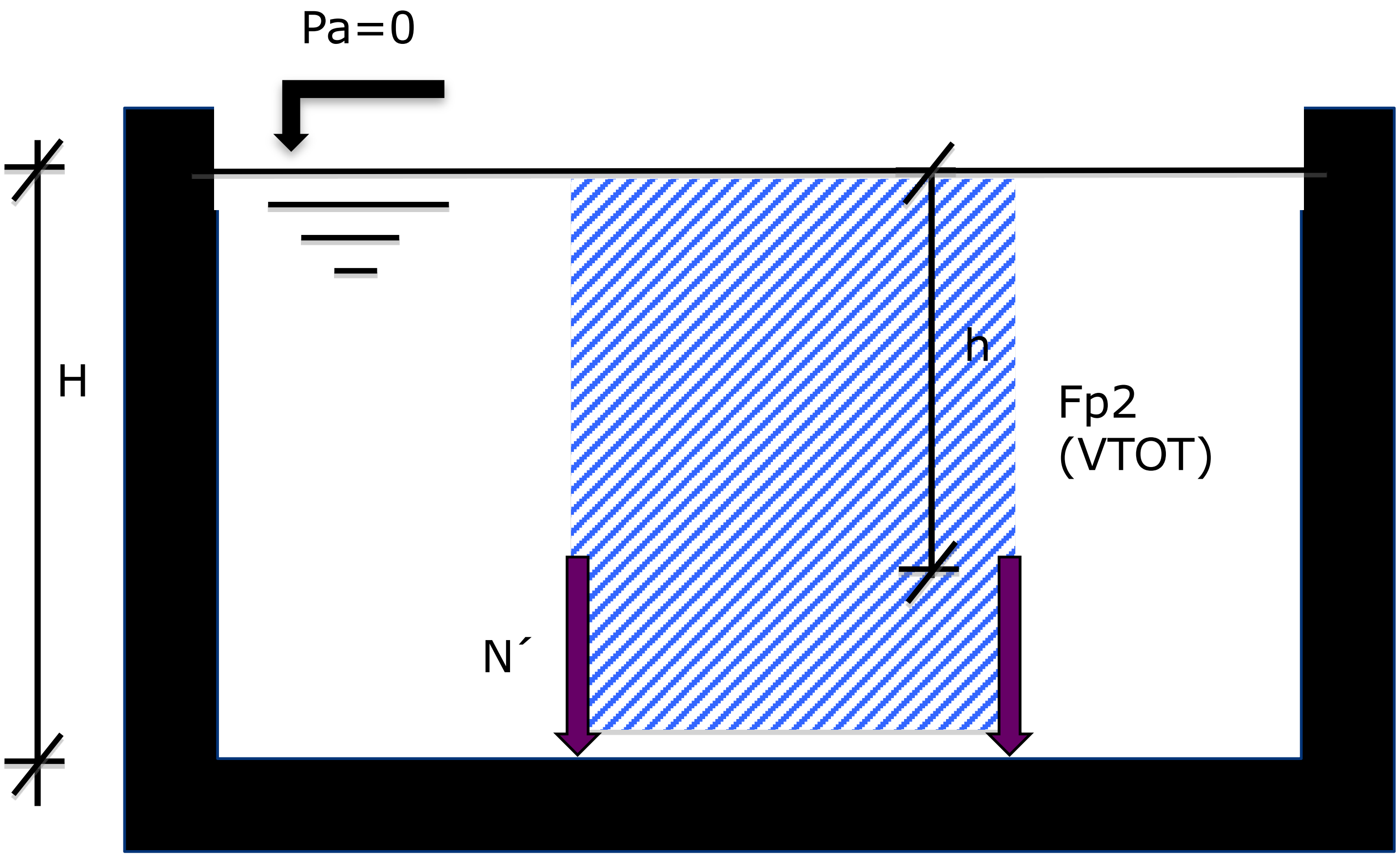
4.3 El fenómeno de la subpresión

- Con subpresión: reacción sobre el cimiento.

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}



$$N' = \gamma_{SOL} \cdot V_{SOL} +$$
$$+\gamma_{LIQ} \cdot V_{LIQ} - \gamma_{LIQ} \cdot V_{TOT}$$

$$Fp2 = \gamma_{LIQ} \cdot V_{TOT}$$

4. Flotabilidad

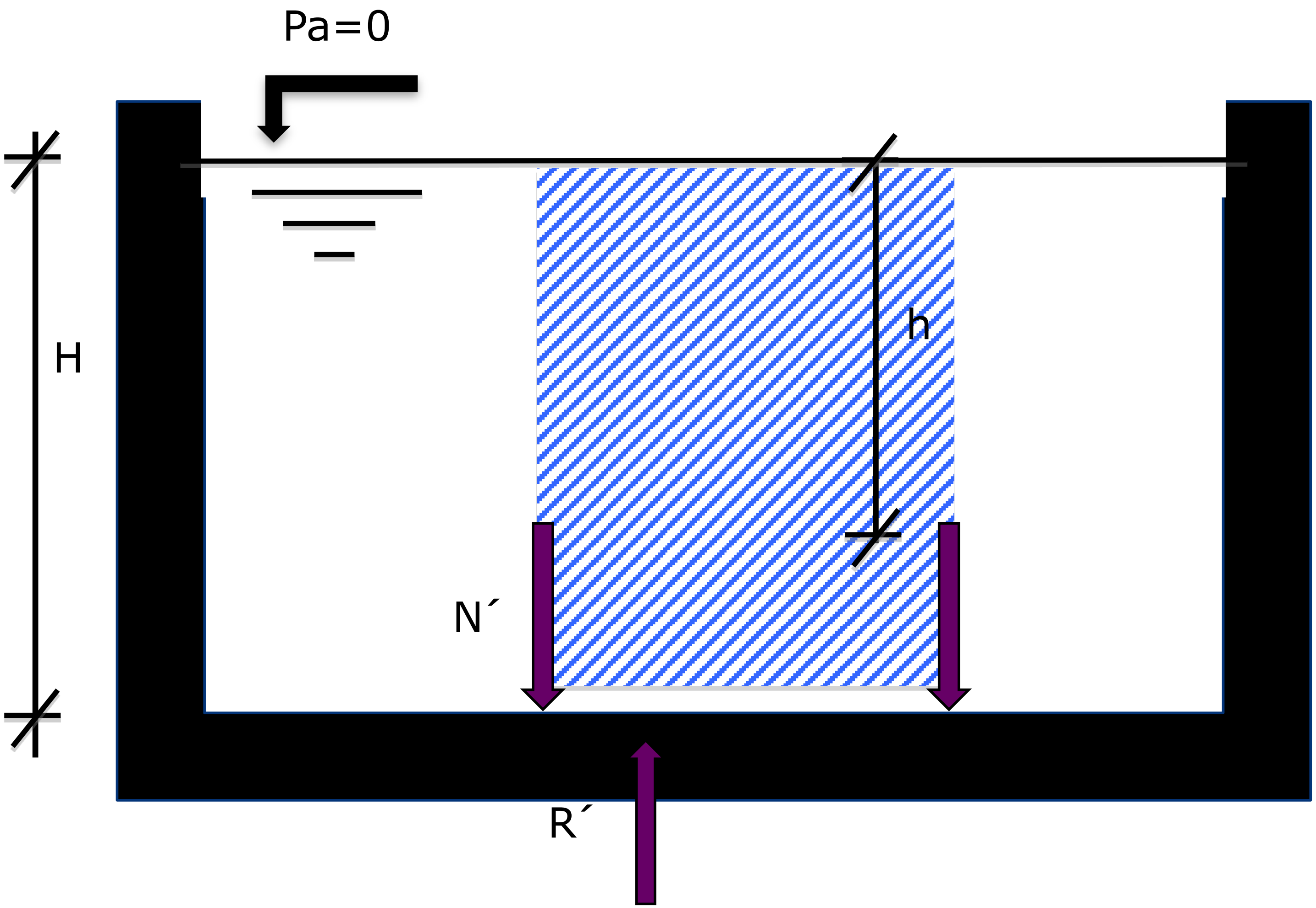
4.3 El fenómeno de la subpresión

- Con subpresión: reacción sobre el cimiento.

Sólido: γ_{SOL}, V_{SOL}

(H-h) x B x 1 (m)

Líquido: γ_{LIQ}, V_{LIQ}



$$R' = N' + Fp2 =$$

$$= \gamma_{SOL} \cdot V_{SOL} + \gamma_{LIQ} \cdot V_{LIQ} -$$
$$-\gamma_{LIQ} \cdot V_{TOT} + \gamma_{LIQ} \cdot V_{TOT} =$$

$$R' = \gamma_{SOL} \cdot V_{SOL} + \gamma_{LIQ} \cdot V_{LIQ}$$

$$R' = R$$

Conclusiones

- La presión en un punto de un fluido en reposo es igual en todas las direcciones:
  - Crece linealmente con la profundidad.
  - Cte. para una altura determinada dentro del mismo fluido y ρ=cte.
  - Compresión, no tensiones tangenciales.
- La fuerza que un fluido en reposo ejerce sobre una superficie (o cuerpo) inmersa en él:
  - Proporcional a su área y a la profundidad de su centro de gravedad.
  - Todo cuerpo sumergido en fluido experimenta un empuje vertical igual al peso del fluido que desaloja.
- Presión manométrica, se mide respecto a la atmosférica